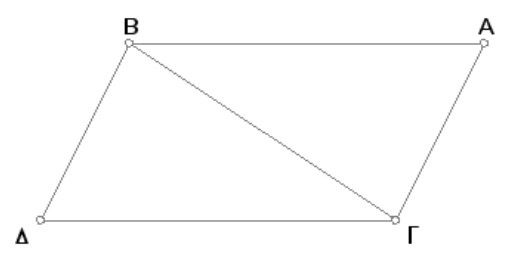
Праве што спајају са истих страна крајеве једнаких и паралелних дужи саме су једнаке и паралелне.

Нека су АВ, ГΔ једнаке и паралелне дужи и АГ, ВΔ праве које спајају са истих страна њихове крајеве.

Тврдим да су АГ, ВΔ такође једнаке и паралелне.

Повуче се ВГ.



Пошто је АВ паралелно ГΔ, а ВГ је њихова трансверзала, унутрашњи наизменични углови АВГ, ВГΔ једнаки су [I. 29][1]; и пошто је АВ једнако ГΔ, а ВГ је заједничко, то су две стране АВ, ВГ једнаке, двема странама ВГ, ГΔ, а такође и угао АВГ једнак углу ВГΔ, због чега је и основица АГ једнака основици ВΔ, и троугао АВГ једнак троуглу ВГΔ, па и остали углови једнаки осталим угловима, и то одговарајућим, који леже спрам једнаких страна [I. 4][2]. Зато је и угао АГВ једнак углу ГВΔ. И пошто трансверзала ВГ са две праве АГ, ВΔ чини једнаке унутрашње наизменичне углове, то је АГ паралелна ВΔ [I. 27][3]. А раније је показано да су оне и једнаке.

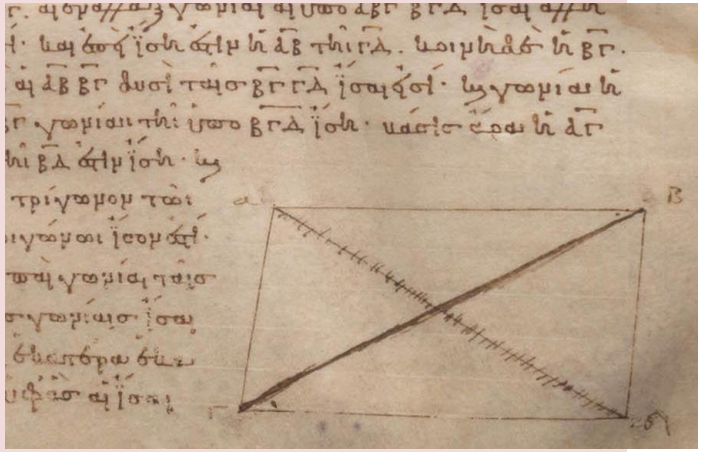
На овај начин, праве што спајају са истих страна крајеве једнаких и паралелних дужи саме су једнаке и паралелне. А то је требало доказати.

Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Ἔστωσαν ἴσαι τε καὶ παράλληλοι αἱ ΑΒ, ΓΔ, καὶ ἐπιζευγνύτωσαν αὐτὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΒΔ:

λέγω, ὅτι καὶ αἱ ΑΓ, ΒΔ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΒΓ.



καὶ ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δύο ταῖς ΒΓ, ΓΔ ἴσαι εἰσίν: καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση: βάσις ἄρα ἡ ΑΓ βάσει τῇ ΒΔ ἐστιν ἴση, καὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν: ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΓΒ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΒΔ. καὶ ἐπεὶ

[1] **I. 29** Ако права сече две паралелне праве, она гради унутрашње наизменичне углове једнаке, спољашњи угао једнак одговарајућем унутрашњем углу и два унутрашња угла са исте стране једнака двама правим угловима.
[2] **I. 4** Ако су код два троугла две стране једног једнаке одговарајућим двема странама другог и ако су једнаки углови које образују једнаке стране, мора и основица бити једнака основици, један троугао мора бити једнак другом троуглу и остали углови морају бити једнаки осталим угловима и то одговарајући, наиме они који леже спрам једнаких страна.
[3] **I. 27** Ако права која сече друге праве гради са њима једнаке унутрашње наизменичне углове, ове две праве су паралелне.

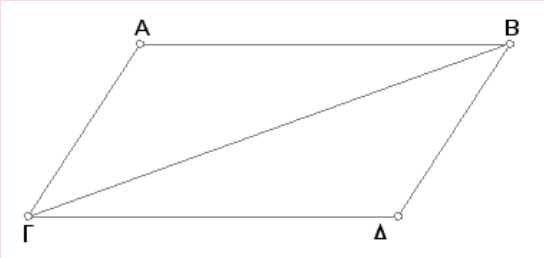
	εἰς δύο εὐθείας τὰς ΑΓ, ΒΔ εὐθεῖα ἐμπίπτουσα ἡ ΒΓ τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις πεποίηκεν, παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ. ἐδείχθη δὲ αὐτῇ καὶ ἴση. Αἱ ἄρα τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

I 34

Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.

Нека је АГΔВ паралелограм и ВГ његова дијагонала.

Тврдим да су код паралелограма АГΔВ наспрамне стране и углови једнаки међусобно и да га дијагонала ВГ полови.

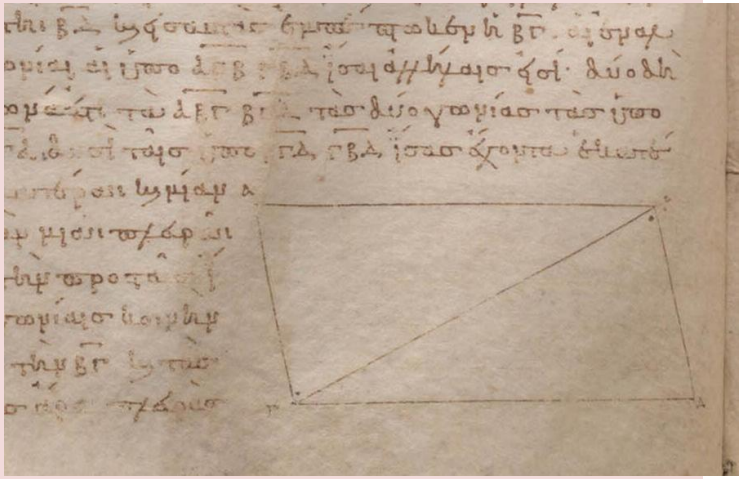


Пошто је АВ паралелно ГΔ и ВГ њихова трансверзала, то су унутрашњи наизменични углови АВГ, ВГΔ једнаки међусобно [I. 29][4]. Исто тако, пошто је АГ паралелно ВΔ и ВГ је њихова трансверзала, унутрашњи наизменични углови АГВ, ГВΔ једнаки су међу собом. Према томе су АВГ, ВАГΔ два троугла, који имају два угла АВГ, ВГА једнака са два угла ВГΔ, ГВΔ и једну страну једнаку једној страни и то спрам једнаких углова, наиме заједничку страну ВГ. Због тога морају бити једнаке и остале стране осталим странама, и то одговарајућим, и преостали угао преосталом углу [I. 26][5]. Према томе је страна АВ једнака страни ГΔ, страна АГ страни ВΔ и угао ВАГ углу ГΔВ. Пошто је угао АВГ једнак углу ВГΔ, а угао ГВΔ углу АГВ, то је цео угао АВΔ једнак целом углу АГΔ [A. 2][6]. А раније је доказано да је и угао ВАГ једнак углу ГΔВ. Према томе су код паралелограма наспрамне стране и наспрамни углови једнаки међусобно.

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Ἔστω παραλληλόγραμμον χωρίον τὸ ΑΓΔΒ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΒΓ:

λέγω, ὅτι τοῦ ΑΓΔΒ παραλληλογράμμου αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν, καὶ ἡ ΒΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει.



Ἐπεὶ γὰρ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν εὐθεῖα ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. πάλιν, ἐπεὶ παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἡ ΒΓ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΑΓΒ, ΓΒΔ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. δύο δὴ τρίγωνά ἐστι τὰ ΑΒΓ, ΒΓΔ τὰς δύο γωνίας τὰς ὑπὸ ΑΒΓ, ΒΓΑ δυσὶ ταῖς ὑπὸ ΒΓΔ, ΓΒΔ ἴσας ἔχοντα ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις

[4] **I. 29** Ако права сече две паралелне праве, она гради унутрашње наизменичне углове једнаке, спољашњи угао једнак одговарајућем унутрашњем углу и два унутрашња угла са исте стране једнака двама правим угловима.
[5] **I.26** Ако су код два троугла два угла једног једнаки двама угловима другог, и то одговарајућим, и једна страна једног једнака једној страни другог или она на којој су једнаки углови или она што је спрам једног од једнаких углова, онда су и остале стране једнаке осталим странама, и то одговарајућим, а преостали угао једнак је преосталом углу.
[6] **Аксиома 2.** И ако се једнаким (објектима) додају једнаки (објекти) целине су једнаке.

Још тврдим да га дијагонала полови. Пошто је АВ једнако ГΔ, а ВГ је заједничко, то су две стране АВ, ВГ једнаке двема странама ГΔ, ВГ, и то одговарајућим, и угао АВГ је једнак углу ВГΔ. Због тога је основица АГ једнака основици ΔВ и троугао АВГ једнак троуглу ВГΔ [I. 4].

На овај начин дијагонала ВГ полови паралелограм АГΔВ. А то је требало доказати.

κοινὴν αὐτῶν τὴν ΒΓ: καὶ τὰς λοιπὰς ἄρα πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς ἴσας ἕξει ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ: ἴση ἄρα ἡ μὲν ΑΒ πλευρὰ τῇ ΓΔ, ἡ δὲ ΑΓ τῇ ΒΔ, καὶ ἔτι ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΓΔΒ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ ΑΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΒΓΔ, ἡ δὲ ὑπὸ ΓΒΔ τῇ ὑπὸ ΑΓΒ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΑΒΔ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΑΓΔ ἐστιν ἴση. ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ὑπὸ ΓΔΒ ἴση. Τῶν ἄρα παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

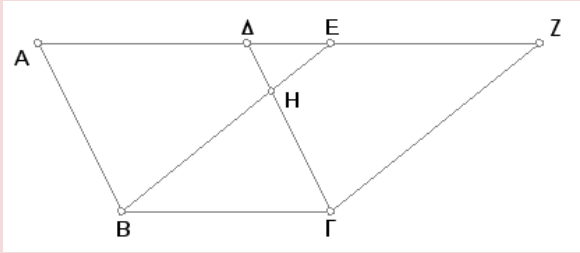
Λέγω δή, ὅτι καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει. ἐπεὶ γὰρ ἴση ἐστὶν ἡ ΑΒ τῇ ΓΔ, κοινὴ δὲ ἡ ΒΓ, δύο δὴ αἱ ΑΒ, ΒΓ δυσὶ ταῖς ΓΔ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ: καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΑΒΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΓΔ ἴση. καὶ βάσις ἄρα ἡ ΑΓ τῇ ΔΒ ἴση. καὶ τὸ ΑΒΓ [ἄρα] τρίγωνον τῷ ΒΓΔ τριγώνῳ ἴσον ἐστίν.

Ἡ ἄρα ΒΓ διάμετρος δίχα τέμνει τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

I 35

Паралелограми са истом основицом између истих паралелних једнаки су један другом.

Нека су АВГΔ, ЕВГZ паралелограми са истом основицом ВГ између истих паралелних АZ, ВГ.



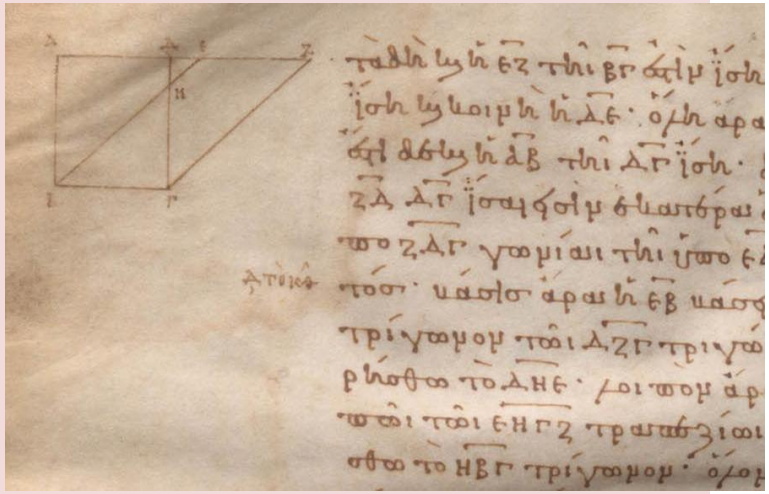
Тврдим да је паралелограм АВГΔ једнак паралелограму ЕВГZ.

Пошто је АВГΔ паралелограм, АΔ је једнако ВГ [I. 34][7]. Из истог разлога је ЕZ једнако ВГ; а и АΔ једнако ЕZ [А. 1], а ΔЕ је заједничко. Према томе је цела дуж АЕ једнака целој дужи ΔZ [А. 2][8]. И АВ је једнако ΔГ [I. 34]. На овај начин су две стране ЕА, АВ једнаке двема странама ZΔ, ΔГ, и то одговарајућим; и угао ZΔГ је једнак углу ЕАВ, спољашњи унутрашњем [I. 29][9]. Због тога је основица ЕВ једнака основици ZГ и троугао ЕАВ троуглу ΔZГ [I. 4][10]. Кад се одузме заједнички троугао ΔНЕ, биће остатак, трапез АВНΔ, једнак остатку, трапезу ЕНГZ [А. 3][11]. Ако се заједнички троугао НВГ дода, биће цео паралелограм АВГΔ једнак целом паралелограму ЕВГZ [А. 2].

На овај начин, паралелограм са истом основицом између истих паралелних једнаки су један другом. А то је требало доказати.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΒΓΖ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΖ, ΒΓ:



λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ.

Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΕΖ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση: ὥστε καὶ ἡ ΑΔ τῇ ΕΖ ἐστιν ἴση: καὶ κοινὴ ἡ ΔΕ: ὅλη ἄρα ἡ ΑΕ ὅλῃ τῇ ΔΖ ἐστιν ἴση. ἔστι δὲ καὶ ἡ ΑΒ τῇ ΔΓ ἴση: δύο δὴ αἱ ΕΑ, ΑΒ δύο ταῖς ΖΔ, ΔΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ: καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΖΔΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΑΒ ἐστιν ἴση ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός: βάσις ἄρα ἡ

---

[7] **I. 34** Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.
[8] **Аксиома 2.** И ако се једнаким (објектима) додају једнаки (објекти) целине су једнаке.
[9] **I. 29** Ако права сече две паралелне праве, она гради унутрашње наизменичне углове једнаке, спољашњи угао једнак одговарајућем унутрашњем углу и два унутрашња угла са исте стране једнака двама правим угловима.
[10] **I. 4** Ако су код два троугла две стране једног једнаке одговарајућим двема странама другог и ако су једнаки углови које образују једнаке стране, мора и основица бити једнака основици, један троугао мора бити једнак другом троуглу и остали углови морају бити једнаки осталим угловима и то одговарајући, наиме они који леже спрам једнаких страна.
[11] **Аксиома 3.** И ако се од једнаких (објеката) одузму једнаки (објекти) остаци су једнаки.

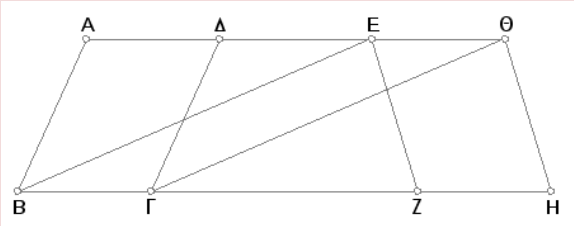
ΕΒ βάσει τῇ ΖΓ ἴση ἐστίν, καὶ τὸ ΕΑΒ τρίγωνον τῷ ΔΖΓ τριγώνῳ ἴσον ἔσται: κοινὸν ἀφῃρήσθω τὸ ΔΗΕ: λοιπὸν ἄρα τὸ ΑΒΗΔ τραπέζιον λοιπῷ τῷ ΕΗΓΖ τραπεζίῳ ἐστὶν ἴσον: κοινὸν προσκείσθω τὸ ΗΒΓ τρίγωνον: ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον ὅλῳ τῷ ΕΒΓΖ παραλληλογράμμῳ ἴσον ἐστίν.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

I 36

Паралелограми са једнаким основицама између истих паралелних једнаки су један другом.

Нека су АВГΔ, ЕΖΗΘ паралелограми са једнаким основицама ВГ, ΖΗ између истих паралелних АΘ, ВΗ.



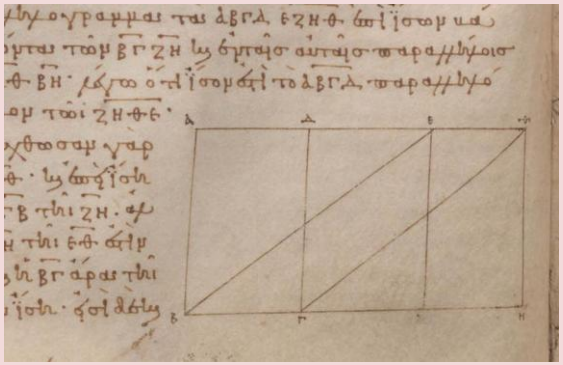
Тврдим да је паралелограм АВГΔ једнак паралелограму ЕΖΗΘ.

Нека се повуку ВЕ, ГΘ. Пошто је ВГ једнако ΖΗ, а ΖΗ је једнако ЕΘ, то је и ВГ једнако ЕΘ [А. 1][12]; а оне су и паралелне; а како су дужи које спајају са истих страна једнаке и паралелне дужи једнаке и паралелне [I. 33][13] (дакле дуж ЕВ једнака и паралелна дужи ΘГ), биће ЕВГΘ паралелограм [I. 34][14]. И он је једнак паралелограму АВГΔ, пошто имају исту основицу ВГ, и налазе се између истих паралелних ВГ, АΘ [I. 35][15]. Из истог разлога је паралелограм ЕΖΗΘ једнак паралелограму ЕВГΘ. Па према томе је паралелограм АВГΔ једнак паралелограму ЕΖΗΘ [А. 1].

На овај начин, паралелограми са једнаким основицама између истих паралелних једнаки су један другом. А то је требало доказати.

Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμα τὰ ΑΒΓΔ, ΕΖΗΘ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα τῶν ΒΓ, ΖΗ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΘ, ΒΗ:



λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ.

Ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ ΒΕ, ΓΘ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῇ ΖΗ, ἀλλὰ ἡ ΖΗ τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ΒΓ ἄρα τῇ ΕΘ ἐστιν ἴση. εἰσὶ δὲ καὶ παράλληλοι. καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς αἱ ΕΒ, ΘΓ: αἱ δὲ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι: [καὶ αἱ ΕΒ, ΘΓ ἄρα ἴσαι τέ εἰσι καὶ παράλληλοι]. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΕΒΓΘ. καί ἐστιν ἴσον τῷ ΑΒΓΔ: βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει τὴν ΒΓ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστὶν αὐτῷ ταῖς ΒΓ, ΑΘ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΕΖΗΘ τῷ αὐτῷ τῷ ΕΒΓΘ ἐστιν ἴσον: ὥστε καὶ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τῷ ΕΖΗΘ ἐστιν ἴσον.

Τὰ ἄρα παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

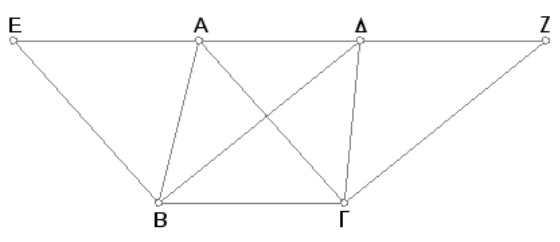
---

[12] **Аксиома 1.** Они (објекти) који су једнаки истом (објекту) једнаки су међусобно.
[13] **I. 33** Праве што спајају са истих страна крајеве једнаких и паралелних дужи саме су једнаке и паралелне.
[14] **I. 34** Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.
[15] **I. 35** Паралелограми са истом основицом између истих паралелних једнаки су један другом.

I 37

Троуглови са истом основицом између истих паралелних једнаки су један другом.

Нека су троуглови АВГ, ΔВГ над истом основицом ВГ и између истих паралелних АΔ, ВГ.



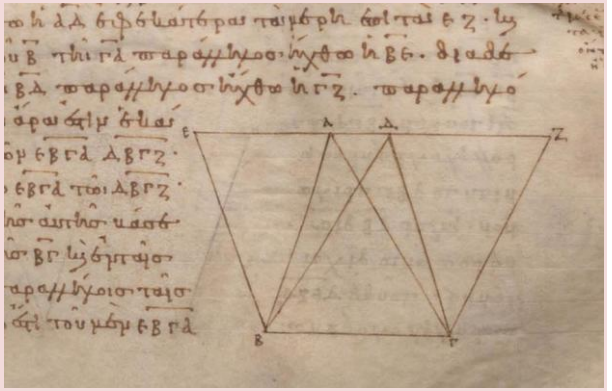
Тврдим да је троугао АВГ једнак троуглу ΔВГ.

Нека се продужи АΔ са сваке стране до Е и Z и повуче кроз В права паралелно ГА [I. 31][16] и кроз Г права ГZ паралелна ВΔ. Тада су и ЕВГА и ΔВГZ паралелограми; и они су једнаки, пошто су са истом основицом ВГ и између истих паралелних ВГ, ЕZ [I. 35][17]; а троугао АВГ је половина паралелограма ЕВГА, пошто је АВ дијагонала, која га полови [I. 34][18]; и троугао ΔВГ је половина паралелограма ΔВГZ, пошто је ΔГ дијагонала, која га полови. (А и половине од једнаког једнаке су међу собом [А. 6][19]). Према томе је троугао АВГ једнак троуглу ΔВГ.

На овај начин, троуглови са истом основицом између истих паралелних једнаки су један другом. А то је требало доказати.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΔ, ΒΓ:



λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Ε, Ζ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΒΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΖ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΕΒΓΑ, ΔΒΓΖ: καί εἰσιν ἴσα: ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς εἰσι τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΕΖ: καί ἐστι τοῦ μὲν ΕΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον: ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει: τοῦ δὲ ΔΒΓΖ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΔΒΓ τρίγωνον: ἡ γὰρ ΔΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει. [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

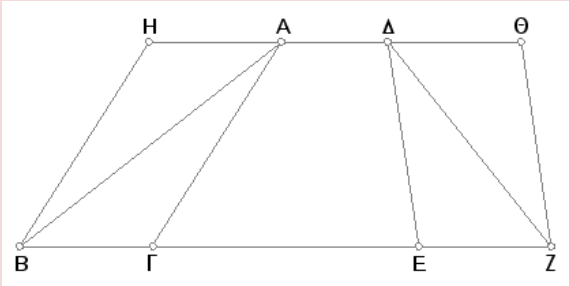
---

[16] **I. 31** Кроз дату тачку повући праву линију паралелну датој правој.
[17] **I. 35** Паралелограми са истом основицом између истих паралелних једнаки су један другом.
[18] **I. 34** Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.
[19] **Аксиома 6.** И половине од једнаких (објеката) једнаке су међусобно .

I 38

Троуглови са једнаким основицама између истих паралелних једнаки су један другом.

Нека су АВГ, ΔЕZ троуглови са једнаким основицама ВГ, ЕZ и између истих паралелних ВZ, АΔ.



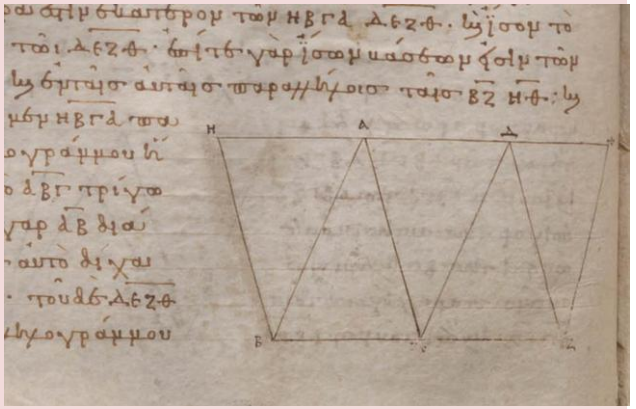
Тврдим да је троугао АВГ једнак троуглу ΔЕZ.

Продужи се АΔ са сваке стране до Η и Θ и повуку се кроз Β права ΒΗ паралелна ГА [I. 31][20] и кроз Z права ZΘ паралелна ΔЕ. Тада су НВГА и ΔЕZΘ паралелограми и НВГА једнак је ΔЕZΘ, пошто су они са једнаким основицама ВГ, ЕZ и између истих паралелних ВZ, НΘ [I. 36][21]; при томе је троугао АВГ половина паралелограма НВГА, јер га дијагонала АВ полови [I. 34][22]. И троугао ZЕΔ је половина паралелограма ΔЕZΘ, јер га дијагонала ΔZ полови. (А и половине од једнаког једнаке су међусобно [А. 6][23]). Према томе је троугао АВГ једнак троуглу ΔЕZ.

На овај начин, троуглови са једнаким основицама између истих паралелних једнаки су један другом. А то је требало доказати.

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΕΖ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΑΔ:



λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΑΔ ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ τὰ Η, Θ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Β τῇ ΓΑ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΗ, διὰ δὲ τοῦ Ζ τῇ ΔΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΖΘ. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν ἑκάτερον τῶν ΗΒΓΑ, ΔΕΖΘ: καὶ ἴσον τὸ ΗΒΓΑ τῷ ΔΕΖΘ: ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΕΖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΖ, ΗΘ: καί ἐστι τοῦ μὲν ΗΒΓΑ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον. ἡ γὰρ ΑΒ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει: τοῦ δὲ ΔΕΖΘ παραλληλογράμμου ἥμισυ τὸ ΖΕΔ τρίγωνον: ἡ γὰρ ΔΖ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει: [τὰ δὲ τῶν ἴσων ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν]. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΔΕΖ τριγώνῳ.

Τὰ ἄρα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

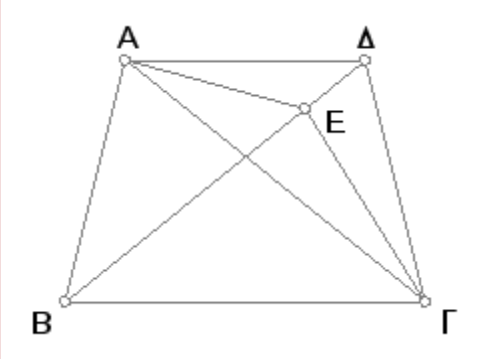
[20] **I. 31** Кроз дату тачку повући праву линију паралелну датој правој.
[21] **I. 36** Паралелограми са једнаким основицама између истих паралелних једнаки су један другом.
[22] **I. 34** Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.
[23] **Аксиома 6.** И половине од једнаких (објеката) једнаке су међусобно .

I 39

Једнаки троуглови са истом основицом и са исте њене стране леже између истих паралелних.

Нека су АВГ, ΔВГ једнаки троуглови са истом основицом ВГ и са исте њене стране. Тврдим да они леже између истих паралелних.

Повуче се АΔ. Тврдим да је АΔ паралелна ВГ.



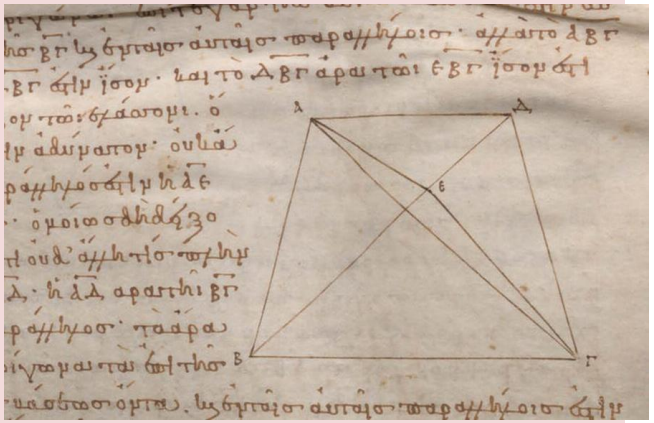
Ако није, нека се повуче кроз тачку А права АЕ паралелна са ВГ [I. 31][24], и нацрта ЕГ. Тада је троугао АВГ једнак троуглу ЕВГ, пошто су на истој основици ВГ и између истих паралелних [I. 37][25]. Али троугао АВГ једнак је троуглу ΔВГ, према томе је троугао ΔВГ једнак троуглу ЕВГ [A. 1][26], већи мањем. А то је немогуће. Права АЕ није према томе паралелна правој ВГ. Слично се може доказати да не постоји никаква друга паралелна права сем праве АΔ. Према томе је АΔ паралелна ВГ.

На овај начин, једнаки троуглови са истом основицом и са исте њене стране леже између истих паралелних. А то је требало доказати.

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΔΒΓ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τῆς ΒΓ: λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ: λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΓ.



Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α σημείου τῇ ΒΓ εὐθείᾳ παράλληλος ἡ ΑΕ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΕΓ. ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ: ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τῷ ΔΒΓ ἐστιν ἴσον: καὶ τὸ ΔΒΓ ἄρα τῷ ΕΒΓ ἴσον ἐστὶ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι: ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον: οὐκ ἄρα παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΕ τῇ ΒΓ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ: ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΓ ἐστι παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

[24] **I. 31** Кроз дату тачку повући праву линију паралелну датој правој.
[25] **I. 37** Троуглови са истом основицом између истих паралелних једнаки су један другом.
[26] **Аксиома 1.** Они (објекти) који су једнаки истом (објекту) једнаки су међусобно.

I 40

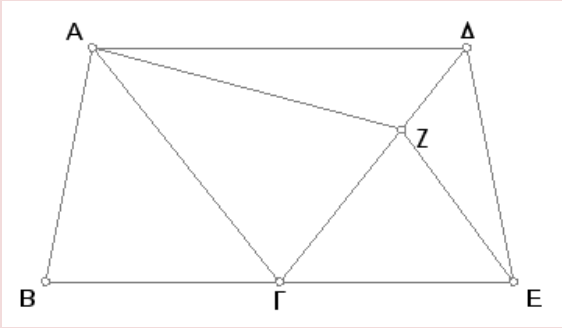
Једнаки троуглови са једнаким основицама са исте стране од њих леже између истих паралелних.

Нека су АВГ, ГΔЕ једнаки троуглови са једнаким основицама ВГ, ГЕ са исте стране ових.

Тврдим да они леже између истих паралелних.

Нека се споји А са Δ; тврдим, да је АΔ паралелно ВЕ.

Ако није, повуче се кроз тачку А права АZ паралелна ВЕ [I. 31][27] и нацрта се права ZЕ.



Тада је троугао АВГ једнак троуглу ZГЕ, јер су они са једнаким основицама ВГ, ГЕ и између истих паралелних ВЕ, АZ [I. 38][28]. Али троугао АВГ је једнак и троуглу ΔГЕ; и према томе троугао ΔГЕ био би једнак троуглу ZГЕ [А. 1][29]; већи мањем; а то је немогуће. Због тога АZ није паралелно са ВЕ. Слично се може доказати да не постоји никаква друга паралелна права сем АΔ. Према томе је АΔ паралелна ВЕ.

На тај овај начин, једнаки троуглови са једнаким основицама са исте стране ових леже између истих паралелних. А то је требало доказати.

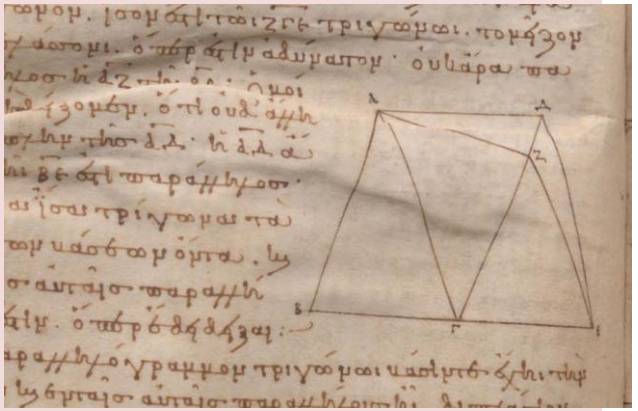
Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω ἴσα τρίγωνα τὰ ΑΒΓ, ΓΔΕ ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

λέγω, ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΔ: λέγω, ὅτι παράλληλός ἐστιν ἡ ΑΔ τῇ ΒΕ.

Εἰ γὰρ μή, ἤχθω διὰ τοῦ Α τῇ ΒΕ παράλληλος ἡ ΑΖ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΖΕ.



ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ: ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΓ, ΓΕ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΕ, ΑΖ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ΔΓΕ [τριγώνῳ]: καὶ τὸ ΔΓΕ ἄρα [τρίγωνον] ἴσον ἐστὶ τῷ ΖΓΕ τριγώνῳ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάσσονι: ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον: οὐκ ἄρα παράλληλος ἡ ΑΖ τῇ ΒΕ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδ' ἄλλη τις πλὴν τῆς ΑΔ: ἡ ΑΔ ἄρα τῇ ΒΕ ἐστι παράλληλος.

Τὰ ἄρα ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

[27] **I. 31** Кроз дату тачку повући праву линију паралелну датој правој.
[28] **I. 38** Троуглови са једнаким основицама између истих паралелних једнаки су један другом.
[29] **Аксиома 1.** Они (објекти) који су једнаки истом (објекту) једнаки су међусобно.

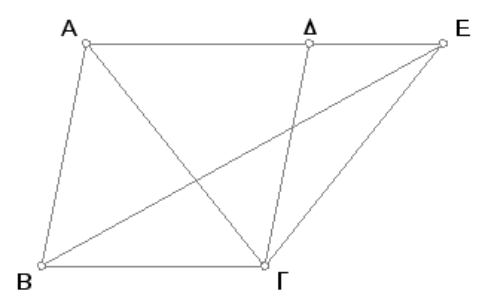
I 41

Ако паралелограм има исту основицу са неким троуглом и ако леже између истих паралелних, онда је паралелограм двапут већи од троугла.

Нека паралелограм АВГΔ и троугао ЕВГ имају исту основицу ВГ и нека леже између истих паралелних ВГ, АЕ.

Тврдим да је паралелограм АВГΔ двапут већи од троугла ВЕГ.

Нацрта се АГ.



Тада је троугао АВГ једнак троуглу ЕВГ, јер су они са истом основицом ВГ и између истих паралелних ВГ, АЕ [I. 37][30]. Али паралелограм АВГΔ је два пут већи од троугла АВГ, јер је АГ дијагонала која га полови [I. 34][31]. Према томе је паралелограм АВГΔ два пут већи од троугла ЕВГ.

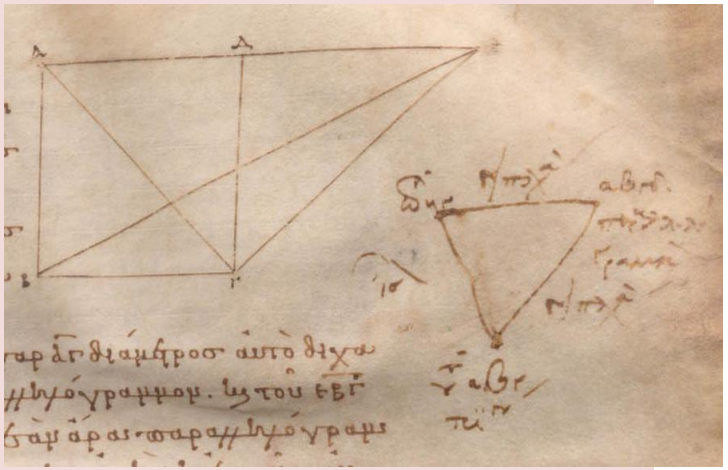
Дакле, ако паралелограм има исту основицу с неким троуглом и ако леже између истих паралелних, онда је паралелограм двапут већи од троугла. А то је требало доказати.

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Παραλληλόγραμμον γὰρ τὸ ΑΒΓΔ τριγώνῳ τῷ ΕΒΓ βάσιν τε ἐχέτω τὴν αὐτὴν τὴν ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἔστω ταῖς ΒΓ, ΑΕ:

λέγω, ὅτι διπλάσιόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον τοῦ ΒΕΓ τριγώνου.

Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ ΑΓ.



ἴσον δή ἐστι τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΕΒΓ τριγώνῳ: ἐπί τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν αὐτῷ τῆς ΒΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΕ. ἀλλὰ τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον διπλάσιόν ἐστι τοῦ ΑΒΓ τριγώνου: ἡ γὰρ ΑΓ διάμετρος αὐτὸ δίχα τέμνει: ὥστε τὸ ΑΒΓΔ παραλληλόγραμμον καὶ τοῦ ΕΒΓ τριγώνου ἐστὶ διπλάσιον.

Ἐὰν ἄρα παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

[30] **I. 37** Троуглови са истом основицом између истих паралелних једнаки су један другом.
[31] **I. 34** Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.

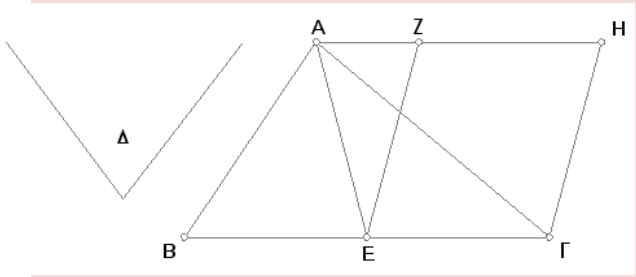
I 42

У датом праволинијском углу конструисати паралелограм једнак датом троуглу.

Нека је АВГ дати троугао и Δ дати праволинијски угао.

Треба у датом праволинијском углу Δ конструисати паралелограм једнак троуглу АВГ.

Нека се преполови ВГ тачком Е и нацрта АЕ, затим конструише на правој ЕГ код саме тачке Е угао ГЕZ једнак углу Δ [I. 23][32], повуче кроз тачку А права АН паралелна правој ЕГ [I. 31][33], а кроз тачку Г права ГН паралелна правој ЕZ.



Тада је ZЕГН паралелограм. Пошто је ВЕ једнако ЕГ, троугао АВЕ је једнак троуглу АЕГ, јер су са једнаким основицама ВЕ, ЕГ и између истих паралелних ВГ, АН [I. 38][34]. Према томе је троугао АВГ двапут већи од троугла АЕГ. Али паралелограм ZЕГН је двапут већи од троугла АЕГ, јер имају исту основицу и између истих су паралелних [I. 41][35]. Према томе је паралелограм ZЕГН једнак троуглу АВГ и има угао ГЕZ једнак датом углу Δ.

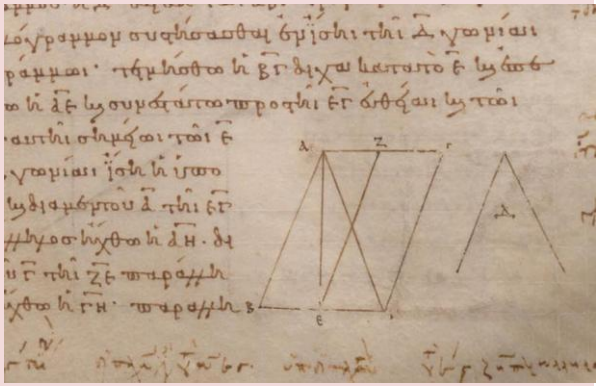
На овај начин је у углу ГЕZ, који је једнак углу Δ, конструисан паралелограм ZЕГН једнак датом троуглу АВГ. А то је требало извести.

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν τρίγωνον τὸ ΑΒΓ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ:

δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ Δ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Τετμήσθω ἡ ΒΓ δίχα κατὰ τὸ Ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΕ, καὶ συνεστάτω πρὸς τῇ ΕΓ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Ε τῇ Δ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ ΓΕΖ, καὶ διὰ μὲν τοῦ Α τῇ ΕΓ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΗ, διὰ δὲ τοῦ Γ τῇ ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΓΗ:



παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΒΕ τῇ ΕΓ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ΑΒΕ τρίγωνον τῷ ΑΕΓ τριγώνῳ: ἐπί τε γὰρ ἴσων βάσεών εἰσι τῶν ΒΕ, ΕΓ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΒΓ, ΑΗ: διπλάσιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου. ἔστι δὲ καὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον διπλάσιον τοῦ ΑΕΓ τριγώνου: βάσιν τε γὰρ αὐτῷ τὴν αὐτὴν ἔχει καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστιν αὐτῷ παραλλήλοις: ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΖΕΓΗ παραλληλόγραμμον τῷ ΑΒΓ τριγώνῳ.

καὶ ἔχει τὴν ὑπὸ ΓΕΖ γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ τῇ Δ. Τῷ ἄρα δοθέντι τριγώνῳ τῷ ΑΒΓ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΖΕΓΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΓΕΖ, ἥτις ἐστὶν ἴση τῇ Δ: ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

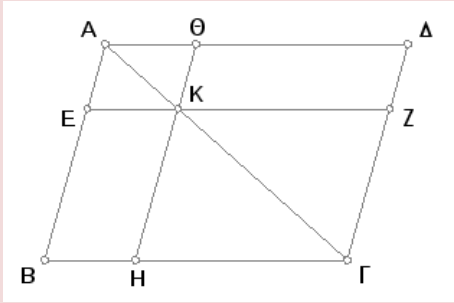
[32] **I. 23** Конструисати на датој правој у датој тачки на њој праволинијски угао једнак датом праволинијском углу.
[33] **I. 31** Кроз дату тачку повући праву линију паралелну датој правој.
[34] **I. 38** Троуглови са једнаким основицама између истих паралелних једнаки су један другом.
[35] **I. 41** Ако паралелограм има исту основицу са неким троуглом и ако леже између истих паралелних, онда је паралелограм двапут већи од троугла.

I 43

У сваком паралелограму допуне паралелограмима на дијагонали једнаке су.

Нека је АВГΔ паралелограм и АГ његова дијагонала; нека су ЕΘ, ZH паралелограми на њој и ВК, КΔ њихове такозване допуне.

Тврдим да је допуна ВК једнака допуни КΔ.



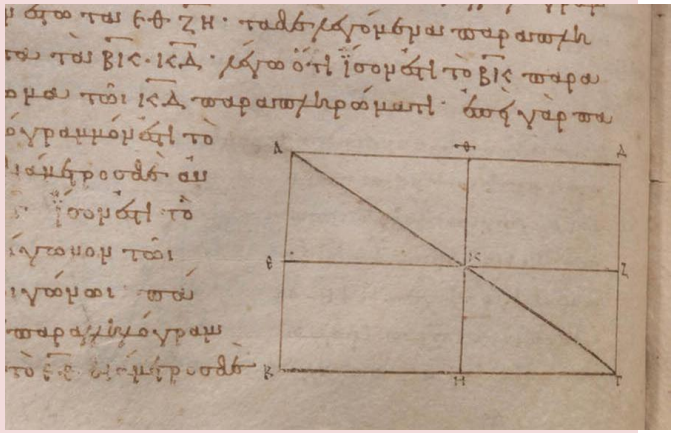
Пошто је АВГΔ паралелограм и АГ његова дијагонала, троугао АВГ једнак је троуглу АГΔ [I. 34][36]. Исто тако, пошто је ЕΘ паралелограм и АК његова дијагонала, троугао АЕК једнак је троуглу АΘК. Из истог разлога троугао КZГ је једнак троуглу КНГ. Пошто је троугао АЕК једнак троуглу АΘК и КZГ троуглу КНГ, то је збир троуглова АЕК и КНГ једнак збиру троуглова АΘК и КZГ [А. 2][37]; а како је цео троугао АВГ једнак целом АΔГ, биће и остатак, допуна ВК, једнак остатку, допуни КΔ [А. 3][38].

Дакле, у сваком паралелограму допуне паралелограмима на дијагонали једнаке су. А то је требало доказати.

Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.

Ἔστω παραλληλόγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, περὶ δὲ τὴν ΑΓ παραλληλόγραμμα μὲν ἔστω τὰ ΖΘ, ΖΗ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΒΚ, ΚΔ:

λέγω, ὅτι ἴσον ἐστὶ τὸ ΒΚ παραπλήρωμα τῷ ΚΔ παραπληρώματι.



Ἐπεὶ γὰρ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΑΒΓΔ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΑΓ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΒΓ τρίγωνον τῷ ΑΓΔ τριγώνῳ. πάλιν, ἐπεὶ παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ΕΘ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἐστιν ἡ ΑΚ, ἴσον ἐστὶ τὸ ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ ΚΖΓ τρίγωνον τῷ ΚΗΓ ἐστιν ἴσον. ἐπεὶ οὖν τὸ μὲν ΑΕΚ τρίγωνον τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον, τὸ δὲ ΚΖΓ τῷ ΚΗΓ, τὸ ΑΕΚ τρίγωνον μετὰ τοῦ ΚΗΓ ἴσον ἐστὶ τῷ ΑΘΚ τριγώνῳ μετὰ τοῦ ΚΖΓ: ἔστι δὲ καὶ ὅλον τὸ ΑΒΓ τρίγωνον ὅλῳ τῷ ΑΔΓ ἴσον: λοιπὸν ἄρα τὸ ΒΚ παραπλήρωμα λοιπῷ τῷ ΚΔ παραπληρώματί ἐστιν ἴσον.

Παντὸς ἄρα παραλληλογράμμου χωρίου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

[36] **I. 34** Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.
[37] **Аксиома 2.** И ако се једнаким (објектима) додају једнаки (објекти) целине су једнаке.
[38] **Аксиома 3.** И ако се од једнаких (објеката) одузму једнаки (објекти) остаци су једнаки.

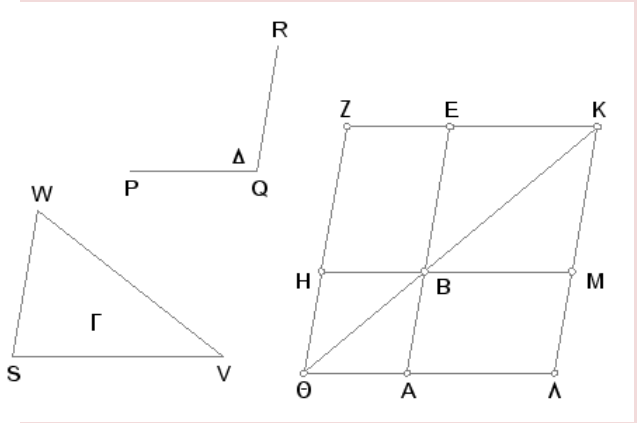
I 44

На датој дужи конструисати у датом праволинијском углу паралелограм једнак датом троуглу.

Нека је АВ дата права, Г дати троугао, и Δ дати праволинијски угао.

Треба на датој дужи АВ конструисати у датом праволинијском углу Δ паралелограм једнак датом троуглу Г.

У углу ЕВН, који је једнак углу Δ, конструише се паралелограм ВЕΖН једнак троуглу Г [I. 42][39]; и намести се тако да су ВЕ и АВ у истој правој, и продужи се ΖН до Θ, па затим се повуче кроз А права АΘ паралелна правама ВН, ΕΖ [I. 31][40] и спојница ΘВ.



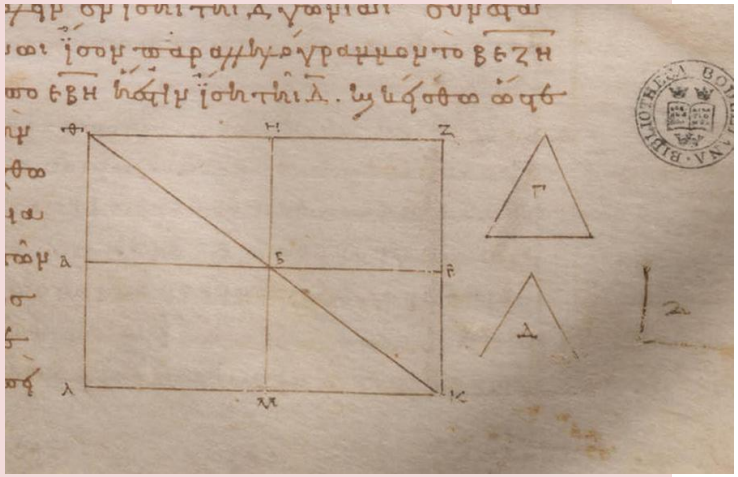
Пошто је права ΘΖ трансверзала за паралелне праве АΘ, ΕΖ, то су углови АΘΖ, ΘΖΕ једнаки двама правим угловима [I. 29][41]. А тада су углови ВΘН, НΖΕ мањи од два права угла. Али због углова који су мањи од два права угла, праве бескрајно продужене секу се [Пост. 5][42]. Према томе праве ΘВ, ΖΕ, продужене, морају да се секу. Нека се продуже и секу у К; кроз К повуче се права КΛ паралелна једној од паралелних ΕА, ΖΘ [I. 31]; и нека се продуже ΘА и

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω ἡ μὲν δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ, τὸ δὲ δοθὲν τρίγωνον τὸ Γ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Δ:

δεῖ δὴ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν ἴσῃ τῇ Δ γωνίᾳ.

Συνεστάτω τῷ Γ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΒΕΖΗ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΕΒΗ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ: καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν ΒΕ τῇ ΑΒ, καὶ διήχθω ἡ ΖΗ ἐπὶ τὸ Θ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΗ, ΕΖ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΘ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΘΒ.



καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΘ, ΕΖ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΖ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΑΘΖ, ΘΖΕ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΘΗ, ΗΖΕ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν: αἱ δὲ ἀπὸ ἐλασσόνων ἢ δύο

[39] **I. 42** У датом праволинијском углу конструисати паралелограм једнак датом троуглу.
[40] **I. 31** Кроз дату тачку повући праву линију паралелну датој правој.
[41] **I. 29** Ако права сече две паралелне праве, она гради унутрашње наизменичне углове једнаке, спољашњи угао једнак одговарајућем унутрашњем углу и два унутрашња угла са исте стране једнака двама правим угловима.
[42] **Пост. 5** . И да ће се, ако једна права у пресеку са другим двема образује са исте стране два унутрашња угла чији је збир мањи од два права угла, те две праве, бескрајно продужене, сећи и то са оне стране са које су ови углови мањи од два права.

НВ до тачака Λ и М. Према томе је ΘΛΚΖ паралелограм, ΘК је његова дијагонала, а паралелограмима АН, МЕ на ΘК такозване допуне су ΛВ, ВZ. Према томе је ΛВ једнака ВZ [I. 43][43]. Али ВZ је једнак троуглу Г, па стога и ΛВ једнак Г [А. 1][44]. И пошто је угао НВЕ једнак углу АВМ [I. 15][45], а угао НВЕ једнак углу Δ, то је и угао АВМ једнак углу Δ.

На овај начин је на датој дужи АВ у праволинијском углу АВМ, који је једнак Δ, конструисан паралелограм ΛВ, једнак датом троуглу Г. А то је требало извести.

ὀρθῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι συμπίπτουσιν: αἱ ΘΒ, ΖΕ ἄρα ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. ἐκβεβλήσθωσαν καὶ συμπιπτέτωσαν κατὰ τὸ Κ, καὶ διὰ τοῦ Κ σημείου ὁποτέρᾳ τῶν ΕΑ, ΖΘ παράλληλος ἤχθω ἡ ΚΛ, καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ ΘΑ, ΗΒ ἐπὶ τὰ Λ, Μ σημεῖα. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΘΛΚΖ, διάμετρος δὲ αὐτοῦ ἡ ΘΚ, περὶ δὲ τὴν ΘΚ παραλληλόγραμμα μὲν τὰ ΑΗ, ΜΕ, τὰ δὲ λεγόμενα παραπληρώματα τὰ ΛΒ, ΒΖ: ἴσον ἄρα ἐστὶ τὸ ΛΒ τῷ ΒΖ. ἀλλὰ τὸ ΒΖ τῷ Γ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον: καὶ τὸ ΛΒ ἄρα τῷ Γ ἐστιν ἴσον. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΗΒΕ γωνία τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἀλλὰ ἡ ὑπὸ ΗΒΕ τῇ Δ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΑΒΜ ἄρα τῇ Δ γωνίᾳ ἐστὶν ἴση.

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν ἄρα εὐθεῖαν τὴν ΑΒ τῷ δοθέντι τριγώνῳ τῷ Γ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβέβληται τὸ ΛΒ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΑΒΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Δ: ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

[43] **I. 43** У сваком паралелограму допуне паралелограмима на дијагонали једнаке су.
[44] **Аксиома 1.** Они (објекти) који су једнаки истом (објекту) једнаки су међусобно.
[45] **I. 15** Ако се две праве секу, оне образују унакрсне углове, који су једнаки један другоме.

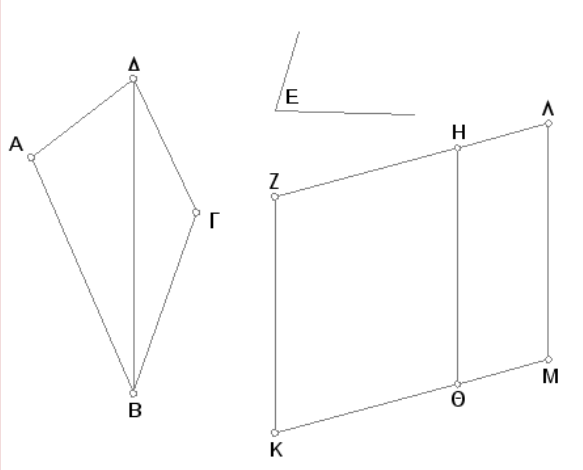
I 45

У датом праволинијском углу конструисати паралелограм једнак датој праволинијској слици.

Нека је АВГΔ дата праволинијска слика и Е дати праволинијски угао.

Треба у датом праволинијском углу Е конструисати паралелограм једнак датој праволинијској слици.

Повуче се ΔВ и конструише се у углу ΘКZ, који је једнак Е, паралелограм ZΘ једнак троуглу АВΔ [I. 42][46]; и дода се у углу НΘМ, који је једнак углу Е, на правој НΘ паралелограм НМ једнак троуглу ΔВГ [I. 44][47].



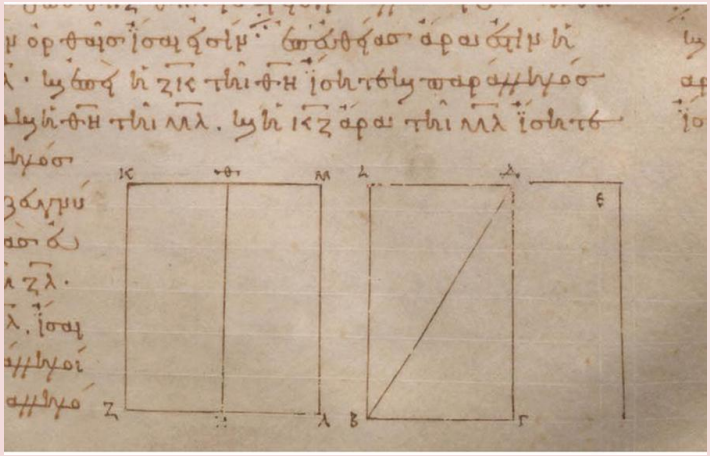
Пошто је угао Е једнак сваком од углова ΘКZ, НΘМ, онда је угао ΘКZ једнак углу НΘМ [A. 1][48]. Ако се сваком од ових дода угао КΘН, биће углови ZКΘ , КΘН једнаки угловима КΘН, НΘМ. Али како су углови ZКΘ, КΘН једнаки двама правим угловима [I. 29][49], то су и углови КΘН, НΘМ једнаки двама правим

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Ἔστω τὸ μὲν δοθὲν εὐθύγραμμον τὸ ΑΒΓΔ, ἡ δὲ δοθεῖσα γωνία εὐθύγραμμος ἡ Ε:

δεῖ δὴ τῷ ΑΒΓΔ εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ τῇ Ε.

Ἐπεζεύχθω ἡ ΔΒ, καὶ συνεστάτω τῷ ΑΒΔ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΖΘ ἐν τῇ ὑπὸ ΘΚΖ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε: καὶ παραβεβλήσθω παρὰ τὴν ΗΘ εὐθεῖαν τῷ ΔΒΓ τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον τὸ ΗΜ ἐν τῇ ὑπὸ ΗΘΜ γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ Ε.



καὶ ἐπεὶ ἡ Ε γωνία ἑκατέρᾳ τῶν ὑπὸ ΘΚΖ, ΗΘΜ ἐστιν ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ ΘΚΖ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΘΜ ἐστιν ἴση. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΚΘΗ: αἱ ἄρα ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ ταῖς ὑπὸ ΚΘΗ, ΗΘΜ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΖΚΘ, ΚΘΗ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν: καὶ αἱ ὑπὸ

[46] **I. 42** У датом праволинијском углу конструисати паралелограм једнак датом троуглу.
[47] **I. 44** На датој дужи конструисати у датом праволинијском углу паралелограм једнак датом троуглу.
[48] **Аксиома 1.** Они (објекти) који су једнаки истом (објекту) једнаки су међусобно.
[49] **I. 29** Ако права сече две паралелне праве, она гради унутрашње наизменичне углове једнаке, спољашњи угао једнак одговарајућем унутрашњем углу и два унутрашња угла са исте стране једнака двама правим угловима.

угловима. Пошто две праве ΚΘ, ΘΜ са правом ΗΘ и у истој тачки Θ, но не са исте стране ове праве, чине два суседна угла једнака двама правим угловима, то ће ΚΘ и ΘΜ лежати у истој правој [I. 14][50]. И пошто је ΘΗ трансверзала за паралелне ΚΜ, ΖΗ, то су унутрашњи наизменични углови ΜΘΗ, ΘΗΖ једнаки међусобно [I. 29]. Ако се сваком од ових дода угао ΘΗΛ, биће углови ΜΘΗ, ΘΗΛ једнаки угловима ΘΗΖ, ΘΗΛ [A. 2][51]. Али како су углови ΜΘΗ, ΘΗΛ једнаки двама правим угловима [I. 29], то су и углови ΘΗΖ, ΘΗΛ једнаки двама правим угловима [A. 1]; према томе су и праве ΖΗ и ΗΛ у истој правој [I. 14]. И пошто је ΖΚ једнако и паралелно ΘΗ [I. 34][52], а ΘΗ исто тако правој ΜΛ, то је и ΚΖ једнако и паралелено ΜΛ [A. 1, I. 30[53]]. Нека праве ΚΜ, ΖΛ спајају те праве, тада су ΚΜ, ΖΛ једнаке и паралелне [I. 33][54], а ΚΖΛΜ је паралелограм. И пошто је троугао ΑΒΔ једнак паралелограму ΖΘ, а ΔΒΓ паралелограму ΗΜ, то је цела праволинијска слика ΑΒΓΔ једнака целом паралелограму ΚΖΛΜ.

На овај начин је у праволинијском углу ΖΚΜ, који је једнак датом праволинијском углу Ε, конструисан паралелограм ΚΖΛΜ једнак датој праволинијској слици ΑΒΓΔ. А то је требало извести.

ΚΘΗ, ΗΘΜ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΗΘ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Θ δύο εὐθεῖαι αἱ ΚΘ, ΘΜ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν: ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΚΘ τῇ ΘΜ: καὶ ἐπεὶ εἰς παραλλήλους τὰς ΚΜ, ΖΗ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΘΗ, αἱ ἐναλλὰξ γωνίαι αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΖ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΘΗΛ: αἱ ἄρα ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ ταῖς ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἴσαι εἰσίν. ἀλλ' αἱ ὑπὸ ΜΘΗ, ΘΗΛ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν: καὶ αἱ ὑπὸ ΘΗΖ, ΘΗΛ ἄρα δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν: ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΖΗ τῇ ΗΛ. καὶ ἐπεὶ ἡ ΖΚ τῇ ΘΗ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν, ἀλλὰ καὶ ἡ ΘΗ τῇ ΜΛ, καὶ ἡ ΚΖ ἄρα τῇ ΜΛ ἴση τε καὶ παράλληλός ἐστιν: καὶ ἐπιζευγνύουσιν αὐτὰς εὐθεῖαι αἱ ΚΜ, ΖΛ: καὶ αἱ ΚΜ, ΖΛ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν: παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΚΖΛΜ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΘ παραλληλογράμμῳ, τὸ δὲ ΔΒΓ τῷ ΗΜ, ὅλον ἄρα τὸ ΑΒΓΔ εὐθύγραμμον ὅλῳ τῷ ΚΖΛΜ παραλληλογράμμῳ ἐστὶν ἴσον.

Τῷ ἄρα δοθέντι εὐθυγράμμῳ τῷ ΑΒΓΔ ἴσον παραλληλόγραμμον συνέσταται τὸ ΚΖΛΜ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΚΜ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ τῇ Ε: ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

[50] **I. 14** Ако ма са којом правом, у истој тачки на њој, две друге праве са различитих страна прве праве граде суседне углове, који заједно образују два права угла, те две праве морају се налазити у истој правој.
[51] **Аксиома 2.** И ако се једнаким (објектима) додају једнаки (објекти) целине су једнаке.
[52] **I. 34** Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.
[53] **I. 30** Праве које су паралелне истој правој паралелне су међусобно.
[54] **I. 33** Праве што спајају са истих страна крајеве једнаких и паралелних дужи саме су једнаке и паралелне.

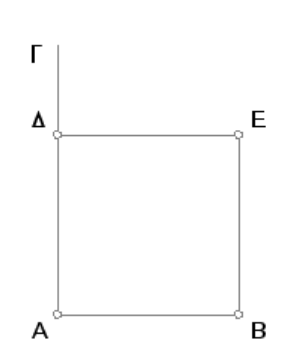
I 46

На датој дужи конструисати квадрат.

Нека је дата дуж АВ. Треба на дужи АВ конструисати квадрат.

Повуче се под правим углом над АВ кроз тачку А права АГ [I. 11][55] и пренесе се АΔ једнако АВ; затим се кроз тачку Δ повуче права ΔЕ паралелна АВ, а кроз тачку В повуче права ВЕ паралелна АΔ [I. 31][56].

Тада је АΔЕВ паралелограм.



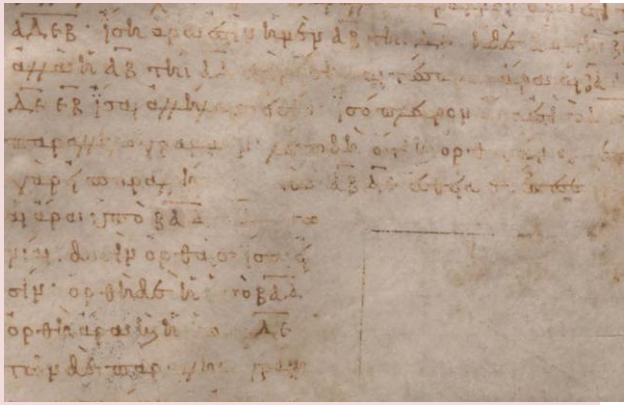
Пошто је АВ једнако ΔЕ и АΔ једна ко ВЕ [I. 34][57], то су све четири дужи ВА, АΔ, ΔЕ, ЕВ једнаке међусобно и паралелограм АΔЕВ је једнакостран. Тврдим да је он и правоугли. Пошто је наиме права АΔ трансверзала паралелних АВ, ΔЕ, то су углови ВАΔ, АΔЕ једнаки двама правим угловима [I. 29][58]. А како је угао ВАΔ прав, то је и угао АΔЕ прав. Пошто су код паралелограма наспрамне стране и углови једнаки међусобно [I. 34], онда је прав и сваки од супротних углова АВЕ, ВЕΔ. Дакле АΔЕВ је правоугли. А раније је доказано да је он једнакостран.

Према томе је то квадрат конструисан на дужи АВ. А то је требало извести.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ: δεῖ δὴ ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Ἤχθω τῇ ΑΒ εὐθείᾳ ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ σημείου τοῦ Α πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΓ, καὶ κείσθω τῇ ΑΒ ἴση ἡ ΑΔ: καὶ διὰ μὲν τοῦ Δ σημείου τῇ ΑΒ παράλληλος ἤχθω ἡ ΔΕ, διὰ δὲ τοῦ Β σημείου τῇ ΑΔ παράλληλος ἤχθω ἡ ΒΕ.



Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ: ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ μὲν ΑΒ τῇ ΔΕ, ἡ δὲ ΑΔ τῇ ΒΕ. ἀλλὰ ἡ ΑΒ τῇ ΑΔ ἐστιν ἴση: αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ΒΑ, ΑΔ, ΔΕ, ΕΒ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν: ἰσόπλευρον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ παραλληλόγραμμον. λέγω δή, ὅτι καὶ ὀρθογώνιον. ἐπεὶ γὰρ εἰς παραλλήλους τὰς ΑΒ, ΔΕ εὐθεῖα ἐνέπεσεν ἡ ΑΔ, αἱ ἄρα ὑπὸ ΒΑΔ, ΑΔΕ γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΔ: ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΑΔΕ. τῶν δὲ παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν: ὀρθὴ ἄρα καὶ ἑκατέρα τῶν ἀπεναντίον τῶν ὑπὸ ΑΒΕ, ΒΕΔ γωνιῶν: ὀρθογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΔΕΒ. ἐδείχθη δὲ καὶ ἰσόπλευρον.

Τετράγωνον ἄρα ἐστίν: καί ἐστιν ἀπὸ τῆς ΑΒ εὐθείας ἀναγεγραμμένον: ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

---

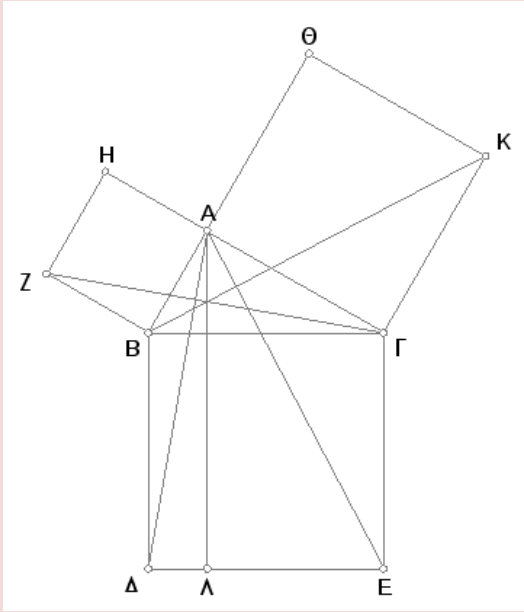
[55] **I. 11** Из дате тачке на датој правој повући праву под правим углом према датој правој.
[56] **I. 31** Кроз дату тачку повући праву линију паралелну датој правој.
[57] **I. 34** Код паралелограма су наспрамне стране и углови једнаки међусобно и дијагонала га полови.
[58] **I. 29** Ако права сече две паралелне праве, она гради унутрашње наизменичне углове једнаке, спољашњи угао једнак одговарајућем унутрашњем углу и два унутрашња угла са исте стране једнака двама правим угловима.

I 47

Код правоуглих троуглова је квадрат на страни спрам правог угла (на хипотенузи) једнак квадратима на странама које образују прав угао (на катетама).

Нека је АВГ правоугли троугао са правим углом ВАГ. Тврдим да је квадрат на ВГ једнак квадратима на ВА и АГ.

Нека се на ВГ конструише квадрат ВΔЕГ, а на ВА, АГ квадрати НВ, ΘГ [I. 46][59], кроз тачку А повуче права АΛ паралелна свакој од правих ВΔ, ГЕ, а затим повуку праве АΔ, ΖГ.

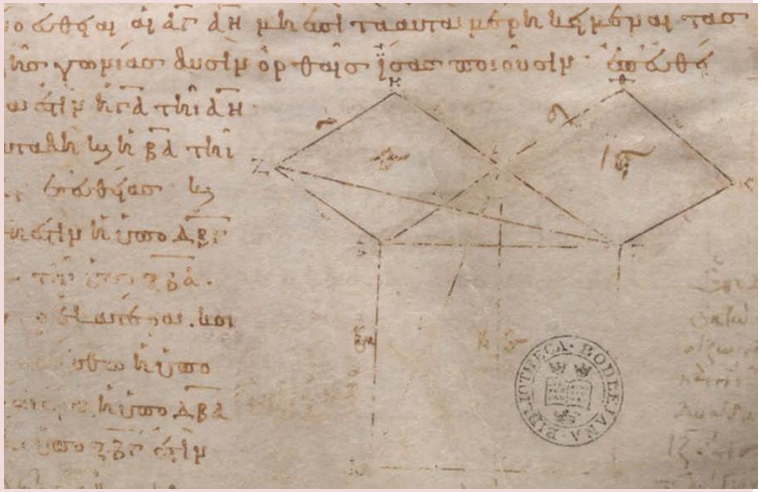


Пошто је сваки од углова ВАГ, ВАН прав, то праве АГ, АН повучене над правом ВА, кроз исту њену тачку А, а са разних страна, чине суседне углове

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἔστω τρίγωνον ὀρθογώνιον τὸ ΑΒΓ ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ ΒΑΓ γωνίαν: λέγω, ὅτι τὸ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις.

Ἀναγεγράφθω γὰρ ἀπὸ μὲν τῆς ΒΓ τετράγωνον τὸ ΒΔΕΓ, ἀπὸ δὲ τῶν ΒΑ, ΑΓ τὰ ΗΒ, ΘΓ, καὶ διὰ τοῦ Α ὁποτέρᾳ τῶν ΒΔ, ΓΕ παράλληλος ἤχθω ἡ ΑΛ: καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ ΑΔ, ΖΓ.



καὶ ἐπεὶ ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα τῶν ὑπὸ ΒΑΓ, ΒΑΗ γωνιῶν, πρὸς δή τινι εὐθείᾳ τῇ ΒΑ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ Α δύο εὐθεῖαι αἱ ΑΓ, ΑΗ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν: ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ ΓΑ τῇ ΑΗ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ΒΑ τῇ ΑΘ ἐστιν ἐπ' εὐθείας. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΒΓ γωνία τῇ ὑπὸ ΖΒΑ: ὀρθὴ γὰρ ἑκατέρα: κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ ΑΒΓ:

[59] **I. 46** На датој дужи конструисати квадрат.

једнаке двама правим угловима, па су стога праве ГА и АН у истој правој [I. 14][60]. Из истог разлога су и праве ВА и АΘ у истој правој. Угао ΔВГ једнак је углу ZВА, јер је сваки од њих прав. А кад се дода сваком од њих угао АВГ, биће цео угао ΔВА једнак целом углу ZВГ [А. 2][61]. Пошто је страна ΔВ једнака страни ВГ, а ZВ страни ВА, то су две стране ΔВ, ВА једнаке странама ZВ, ВГ, и то одговарајућим, и угао ΔВА једнак углу ZВГ, а тада је и основица АΔ једнака основици ZГ, и троугао АВΔ једнак троуглу ZВГ [I. 4][62]. А паралелограм ВΛ је двапут већи од троугла АВΛ, јер имају исту основицу ВΔ и између истих су паралелних ВΔ, АΛ [I. 41][63]. И квадрат НВ је двапут већи од троугла ZВГ, јер и они имају исту основицу ZВ и између истих су паралела ZВ, НГ [I. 41]. (А двоструко од једнаког једнако је [А. 5][64]). Према томе је паралелограм ВΛ једнак квадрату НВ. На сличан начин се, помоћу повучених правих АЕ, ВК, може доказати да је паралелограм ГΛ једнак квадрату ΘГ. Према томе је цео квадрат ВΔЕГ једнак двама квадратима НВ, ΘГ [А. 2]. А квадрат ВΔЕГ је конструисан на ВГ, а квадрати НВ, ΘГ на ВА, АГ. Према томе је квадрат на страни ВГ једнак квадратима на странама ВА, АГ.

Дакле, код правоуглих троуглова је квадрат на страни спрам правог угла (на хипотенузи) једнак квадратима на странама које образују прав угао (на катетама). А то је требало доказати.

ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΒΑ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἐστιν ἴση. καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ μὲν ΔΒ τῇ ΒΓ, ἡ δὲ ΖΒ τῇ ΒΑ, δύο δὴ αἱ ΔΒ, ΒΑ δύο ταῖς ΖΒ, ΒΓ ἴσαι εἰσὶν ἑκατέρα ἑκατέρᾳ: καὶ γωνία ἡ ὑπὸ ΔΒΑ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΖΒΓ ἴση: βάσις ἄρα ἡ ΑΔ βάσει τῇ ΖΓ [ἐστιν] ἴση, καὶ τὸ ΑΒΔ τρίγωνον τῷ ΖΒΓ τριγώνῳ ἐστὶν ἴσον: καὶ [ἐστὶ] τοῦ μὲν ΑΒΔ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον: βάσιν τε γὰρ τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΒΔ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΒΔ, ΑΛ: τοῦ δὲ ΖΒΓ τριγώνου διπλάσιον τὸ ΗΒ τετράγωνον: βάσιν τε γὰρ πάλιν τὴν αὐτὴν ἔχουσι τὴν ΖΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς εἰσι παραλλήλοις ταῖς ΖΒ, ΗΓ. [τὰ δὲ τῶν ἴσων διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν:] ἴσον ἄρα ἐστὶ καὶ τὸ ΒΛ παραλληλόγραμμον τῷ ΗΒ τετραγώνῳ. ὁμοίως δὴ ἐπιζευγνυμένων τῶν ΑΕ, ΒΚ δειχθήσεται καὶ τὸ ΓΛ παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ ΘΓ τετραγώνῳ: ὅλον ἄρα τὸ ΒΔΕΓ τετράγωνον δυσὶ τοῖς ΗΒ, ΘΓ τετραγώνοις ἴσον ἐστίν. καί ἐστι τὸ μὲν ΒΔΕΓ τετράγωνον ἀπὸ τῆς ΒΓ ἀναγραφέν, τὰ δὲ ΗΒ, ΘΓ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ. τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις.

Ἐν ἄρα τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν [γωνίαν] περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

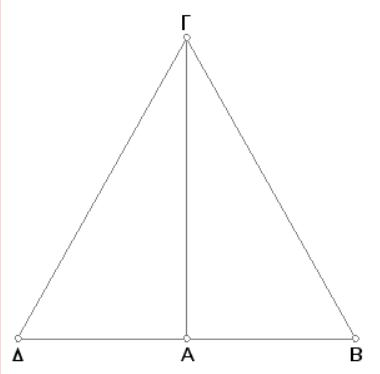
[60] **I. 14** Ако ма са којом правом, у истој тачки на њој, две друге праве са различитих страна прве праве граде суседне углове, који заједно образују два права угла, те две праве морају се налазити у истој правој.
[61] **Аксиома 2.** И ако се једнаким (објектима) додају једнаки (објекти) целине су једнаке.
[62] **I. 4** Ако су код два троугла две стране једног једнаке одговарајућим двема странама другог и ако су једнаки углови које образују једнаке стране, мора и основица бити једнака основици, један троугао мора бити једнак другом троуглу и остали углови морају бити једнаки осталим угловима и то одговарајући, наиме они који леже спрам једнаких страна.
[63] **I. 41** Ако паралелограм има исту основицу са неким троуглом и ако леже између истих паралелних, онда је паралелограм двапут већи од троугла.
[64] **Аксиома 5.** И удвостручени једнаки (објекти) једнаки су међусобно.

I 48

Ако је код троугла квадрат на једној страни једнак квадратима на осталим двема странама, онда је угао који образују ове две стране прав.

У троуглу АВГ квадрат на једној његовој страни ВГ једнак је квадратима на странама ВА, АГ. Тврдим да је угао ВАГ прав.

Нека се повуче кроз тачку А права АΔ управна на АГ, пренесе АΔ једнако АВ и споје тачке Δ и Г.

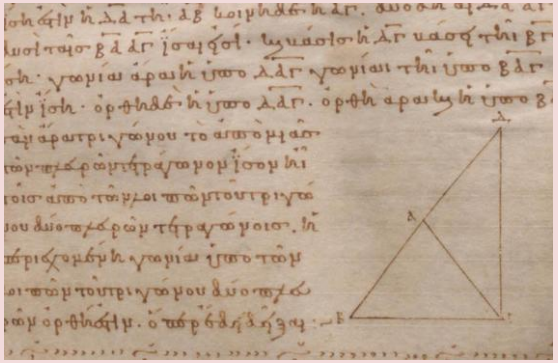


Пошто је ΔА једнако АВ, онда је квадрат на ΔА једнак квадрату на АВ. Ако се сваком од њих дода квадрат на АГ, биће квадрати на ΔА, АГ једнаки квадратима на ВА, АГ. Али квадратима на ВА, АГ једнак је квадрат на ΔГ, јер је угао ΔАГ прав [I. 47][65]. И квадратима на ВА, АГ једнак је квадрат на ВГ, јер је то претпостављено. Према томе је квадрат на ΔГ једнак квадрату на ВГ; а стога и страна ΔГ једнака страни ВГ. Пошто је страна ΔА једнака страни АВ, а АГ је заједничка страна, то су две стране ΔА, АГ једнаке двема странама ВА, АГ, а и основица ΔГ једнака основици ВГ. Одатле је угао ΔАГ једнак углу ВАГ [I. 8][66]. Али угао ΔАГ је прав, па је и угао ВАГ прав.

Дакле, ако је код троугла квадрат на једној страни једнак квадратима на осталим двема странама, онда је угао који образују ове две стране прав. А то је требало доказати.

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν.

Τριγώνου γὰρ τοῦ ΑΒΓ τὸ ἀπὸ μιᾶς τῆς ΒΓ πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἔστω τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ πλευρῶν τετραγώνοις: λέγω, ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία.
Ἤχθω γὰρ ἀπὸ τοῦ Α σημείου τῇ ΑΓ εὐθείᾳ πρὸς ὀρθὰς ἡ ΑΔ καὶ κείσθω τῇ ΒΑ ἴση ἡ ΑΔ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΔΓ.



ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, ἴσον ἐστὶ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΑ τετράγωνον τῷ ἀπὸ τῆς ΑΒ τετραγώνῳ. κοινὸν προσκείσθω τὸ ἀπὸ τῆς ΑΓ τετράγωνον: τὰ ἄρα ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ τετραγώνοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν ἀπὸ τῶν ΔΑ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆς ΔΓ: ὀρθὴ γάρ ἐστιν ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνία: τοῖς δὲ ἀπὸ τῶν ΒΑ, ΑΓ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΒΓ: ὑπόκειται γάρ: τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ΔΓ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ΒΓ τετραγώνῳ: ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ ΔΓ τῇ ΒΓ ἐστιν ἴση: καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ΔΑ τῇ ΑΒ, κοινὴ δὲ ἡ ΑΓ, δύο δὴ αἱ ΔΑ, ΑΓ δύο ταῖς ΒΑ, ΑΓ ἴσαι εἰσίν: καὶ βάσις ἡ ΔΓ βάσει τῇ ΒΓ ἴση: γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ ΔΑΓ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ [ἐστιν] ἴση. ὀρθὴ δὲ ἡ ὑπὸ ΔΑΓ: ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.
Ἐὰν ἄρα τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

[65] **I. 47** Код правоуглих троуглова је квадрат на страни спрам правог угла (на хипотенузи) једнак квадратима на странама које образују прав угао (на катетама).
[66] **I. 8** Ако су у два троугла две стране једнаке двема одговарајућим странама другог, и основице им једнаке, морају бити једнаки и углови које образују једнаке стране.