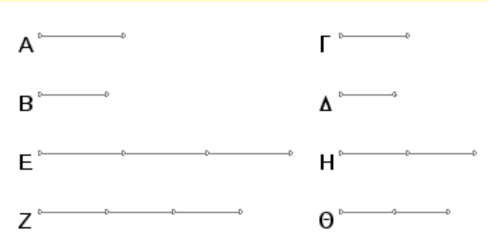
V. 16

Ако су четири величине пропорционалне, оне ће бити и пермутоване пропорционалне.

Нека су A, B, Γ, Δ четири пропорционалне величине: A према B, као Γ према Δ.

Тврдим да су оне и пермутоване пропорционалне: A према Γ, као B према Δ.

Заиста, начинимо од A и B једнакоструке мултиплуме E и Z, а од Γ и Δ друге, произвољне, једнакоструке мултиплуме H и Θ.



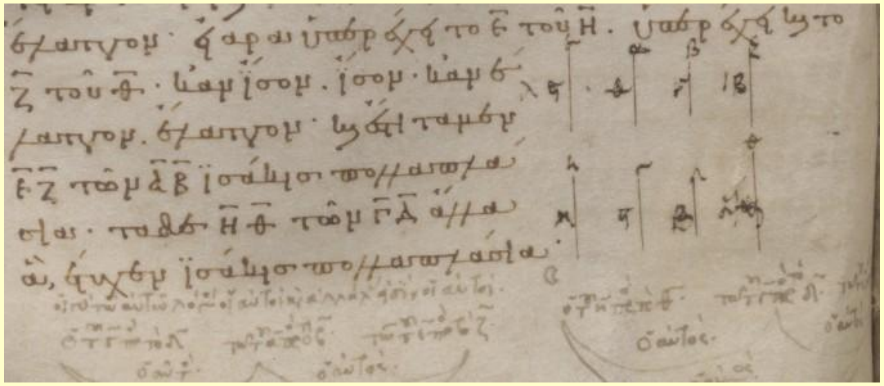
И пошто су E од A и Z од B једнакоструки мултиплуми, а делови су према својим једнакоструким мултиплумима у истој размери [V.15][1], биће A према B, као E према Z. Али како је A према B, као Γ према Δ, биће и Γ према Δ, као E према Z [V.11][2]. Даље, пошто су H и Θ једнакоструки мултиплуми од Γ и Δ, биће Γ према Δ, као H према Θ [V.15]. А како је Γ према Δ, као E према Z, биће и E према Z, као H према Θ [V.11]. Но, ако су четири величине пропорционалне, а прва већа од треће, биће и друга већа од четврте, а ако је једнака, биће једнака, а ако је мања - мања [V.14][3]. Према томе, ако је E веће од H, биће и Z веће од Θ, а ако је једнако, биће једнако, а ако је мање - мање. А како су E и Z једнакоструки мултиплуми од A и B, а H и Θ од Γ и Δ други, произвољни мултиплуми, биће A према Γ, као B према Δ [V, Деф. 5][4].

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ Α, Β, Γ, Δ, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ:

λέγω, ὅτι καὶ ἐναλλὰξ [ἀνάλογον] ἔσται, ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Ε, Ζ, τῶν δὲ Γ, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ.



Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ Ε τοῦ Α καὶ τὸ Ζ τοῦ Β, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. ὡς δὲ τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Δ: καὶ ὡς ἄρα τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ. πάλιν, ἐπεὶ τὰ Η, Θ τῶν Γ, Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ Δ, [οὕτως] τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ: καὶ ὡς ἄρα τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. ἐὰν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. εἰ ἄρα

[1] **V.15** Делови стоје према својим једнакоструким мултиплумима у истој размери, ако се узму одговарајућим редом.

[2] **V.11** Две размере једнаке једној истој размери једнаке су међу собом.

[3] **V.14** Ако је размера прве (величине) према другој једнака размери треће према четвртој, а прва (величина) је већа од треће, биће и друга већа од четврте, а ако је једнака, биће једнака, ако је мања - мања.

[4] **V, Деф.5** Каже се да су две величине у *истој размери*, прва према другој као трећа према четвртој, ако су било који једноструки мултиплуми прве и треће у исто време или већи, или једнаки, или мањи од било којих мултиплума друге и четврте, сваки према сваком узети у одговарајућем поретку.

На овај начин, ако су четири величине пропорционалне, оне ће бити и пермутоване пропорционалне. А то је требало доказати.	ὑπερέχει τὸ Ε τοῦ Η, ὑπερέχει καὶ τὸ Ζ τοῦ Θ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Ε, Ζ τῶν Α, Β ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Η, Θ τῶν Γ, Δ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια: ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Β πρὸς τὸ Δ. Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

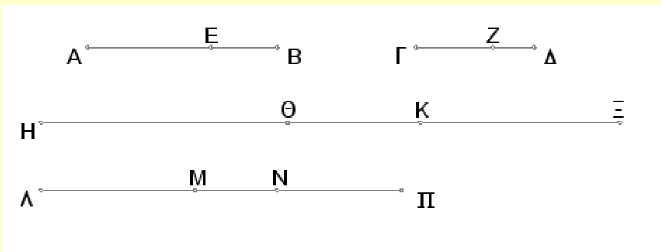
V. 17

Ако су величине, узете заједно, пропорционалне, оне су пропорционалне и одвојено узете.

Нека су величине AB, BE, ΓΔ, ΔZ, узете заједно, пропорционалне, наиме AB је према BE, као ΓΔ према ΔZ.

Тврдим, да су оне пропорционалне и одвојено узете, наиме AE је према EБ, као ГЗ према ΔЗ.

Заиста, образујмо од AE, EB, ΓZ, ZΔ једнакоструке мултиплуме HΘ, ΘK, ΛM, MN а од EB и ZΔ друге, произвољне мултиплуме KΞ и NΠ.



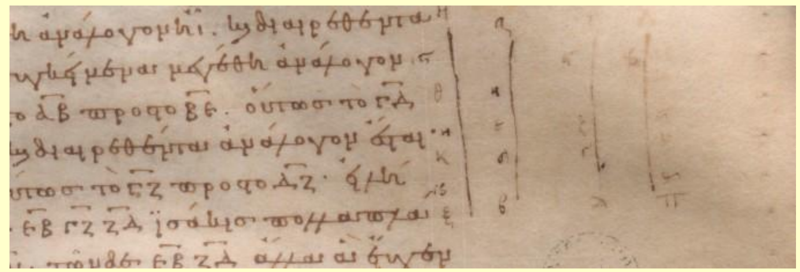
И пошто су HΘ од AE, а ΘK од EB једнакоструки мултиплуми, биће HΘ од AE и HK од AB једнакоструки мултиплуми [V.1][1]. И пошто су HΘ од AE и ΛM од ΓZ једнакоструки мултиплуми. Даље, пошто су ΛM од ΓZ и MN од ZΔ једнакоструки мултиплуми, биће и ΔM од ΓZ и ΛN од ΓΔ једнакоструки мултиплуми [V.1], а опет ΛM од ΓZ и HK од AB су једнакоструки мултиплуми, па ће према томе бити и HK од AB и ΛN од ΓΔ једнакоструки мултиплуми. Према томе су HK и ΛN једнакоструки мултиплуми од AB и ΓΔ. Даље, пошто су ΘK од EB и MN од ZΔ једнакоструки мултиплуми, а KΞ једнакоструки мултиплум од EB као и NΠ од ZΔ, биће и збирови ΘΞ и MΠ једнакоструки мултиплуми од EB и од ZΔ [V.2][2]. Но како је AB према BE, као ΓΔ према ΔZ, а од AB и ΓΔ су образовани једнакоструки мултиплуми HK и ΛN, а од EB и ZΔ опет једнакоструки мултиплуми ΘΞ и MΠ,

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον τὰ AB, BE, ΓΔ, ΔZ, ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔZ:

λέγω, ὅτι καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ AE πρὸς τὸ EB, οὕτως τὸ ΓZ πρὸς τὸ ΔZ.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν AE, EB, ΓZ, ZΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ HΘ, ΘK, ΛM, MN, τῶν δὲ EB, ZΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ KΞ, NΠ.



Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ HΘ τοῦ AE καὶ τὸ ΘK τοῦ EB, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ HΘ τοῦ AE καὶ τὸ HK τοῦ AB. ἰσάκις δέ ἐστι πολλαπλάσιον τὸ HΘ τοῦ AE καὶ τὸ ΛM τοῦ ΓZ: ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ HK τοῦ AB καὶ τὸ ΛM τοῦ ΓZ. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛM τοῦ ΓZ καὶ τὸ MN τοῦ ZΔ, ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΛM τοῦ ΓZ καὶ τὸ ΛN τοῦ ΓΔ. ἰσάκις δὲ ἦν πολλαπλάσιον τὸ ΛM τοῦ ΓZ καὶ τὸ HK τοῦ AB: ἰσάκις ἄρα ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ HK τοῦ AB καὶ τὸ ΛN τοῦ ΓΔ. τὰ HK, ΛN ἄρα τῶν AB, ΓΔ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια. πάλιν, ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον τὸ ΘK τοῦ EB καὶ τὸ MN τοῦ ZΔ, ἔστι δὲ καὶ τὸ KΞ τοῦ EB ἰσάκις πολλαπλάσιον καὶ τὸ NΠ τοῦ ZΔ, καὶ συντεθὲν τὸ ΘΞ τοῦ EB ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσιον καὶ τὸ MΠ τοῦ ZΔ. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔZ, καὶ εἴληπται τῶν μὲν AB, ΓΔ ἰσάκις

[1] **V.1** Ако су дате неке величине, од којих је свака једнакоструки мултиплум одговарајуће величине низа других величина у истом броју, биће и збир свих првих величина исто толики мултиплум збира свих других величина колики је и свака од првих величина мултиплум одговарајуће друге величине.

[2] **V.2** Ако је прва величина исто толики мултиплум друге величине колики је трећа величина мултиплум четврте, а пета величина исто толики мултиплум друге колики је мултиплум шеста од четврте, онда је збир прве и пете исто толики мултиплум друге колики је и збир треће и шесте мултиплум четврте.

биће, ако је НК веће од ΘΞ, и ΛΝ веће од ΜΠ, ако је једнако - једнако, ако је мање - мање. Нека НК буде веће од ΘΞ, биће, после одузимња заједничког ΘΚ, и НК веће од ΚΞ. Али , ако је НК веће од ΘΞ, биће и ΛΝ веће од ΜΠ. Према томе је и ΛΝ веће од ΜΠ, те ће, после одузимања заједничког ΜΝ, бити и ΛΜ веће од ΝΠ. Али ако је ΗΘ веће од ΚΞ, биће и ΛΜ веће од ΝΠ. На сличан начин доказује се, да ће, ако је ΗΘ једнако ΚΞ, бити једнако и ΛΜ величини ΝΠ, а ако је мање, биће мање. ΗΘ и ΛΜ су једнакоструки мултиплуми од ΑΕ и ΓΖ, а ΚΞ и ΝΠ други, произвољни једнакоструки мултиплуми од ΕΒ и ΖΔ. Према томе је ΑΕ према ΕΒ као ΓΖ према ΖΔ.

На овај начин, ако су величине, узете заједно, пропорционалне, оне су пропорционалне и одвојено узете. А то је требало доказати.

πολλαπλάσια τὰ ΗΚ, ΛΝ, τῶν δὲ ΕΒ, ΖΔ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ ΘΞ, ΜΠ, εἰ ἄρα ὑπερέχει τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. ὑπερεχέτω δὴ τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΘΚ ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΗΘ τοῦ ΚΞ. ἀλλὰ εἰ ὑπερεῖχε τὸ ΗΚ τοῦ ΘΞ, ὑπερεῖχε καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ: ὑπερέχει ἄρα καὶ τὸ ΛΝ τοῦ ΜΠ, καὶ κοινοῦ ἀφαιρεθέντος τοῦ ΜΝ ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ: ὥστε εἰ ὑπερέχει τὸ ΗΘ τοῦ ΚΞ, ὑπερέχει καὶ τὸ ΛΜ τοῦ ΝΠ. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ ΗΘ τῷ ΚΞ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ ΛΜ τῷ ΝΠ, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν ΗΘ, ΛΜ τῶν ΑΕ, ΓΖ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ ΚΞ, ΝΠ τῶν ΕΒ, ΖΔ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια: ἔστιν ἄρα ὡς τὸ ΑΕ πρὸς τὸ ΕΒ, οὕτως τὸ ΓΖ πρὸς τὸ ΖΔ.

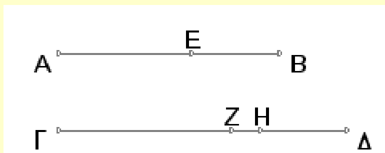
Ἐὰν ἄρα συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

V. 18

Ако су величине, узете одвојено, пропорционалне, оне су пропорционалне и заједно узете.

Нека су одвојене величине AE, EB, ΓZ, ZΔ пропорционалне, наиме AE је према EB, као ΓZ према ZΔ.

Тврдим, да су и заједно узете величине пропорционалне, наиме AB је према BE, као ΓΔ према ZΔ.



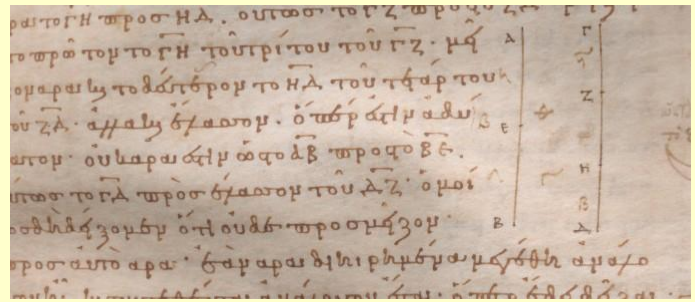
Ако AB није према BE као ΓΔ према ΔZ, већ је AB према BE као ΓΔ према некој величини, која је било мања било већа од ΔZ.
Нека буде, прво, према мањој ΔH. Али тада је AB према BE као ΓΔ према ΔH, то значи пропорционалне су величине узете заједно; према претходној теореми пропорционалне су и величине узете одвојено [V.17][1]. На тај начин је AE према EB као ΓH према HΔ. Међутим, по претпоставци је AE према EB, као ΓZ према ZΔ. Значи ΓH је према HΔ, као ΓZ према ZΔ [V.11][2]. Прва величина ΓH је већа од треће величине ΓZ. Према томе је и друга величина HΔ већа од четврте величине ZΔ [V.14][3]. Али је и мања. А то је немогуће. Дакле AB није према BE, као ΓΔ према величини мњој од ZΔ. На сличан начин се доказује да није ни према вечој. Значи да је према њој самој.

На овај начин, ако су величине, узете одвојено, пропорционалне, оне су пропорционалне и заједно узете. А то је требало доказати.

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Ἔστω διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον τὰ AE, EB, ΓZ, ZΔ, ὡς τὸ AE πρὸς τὸ EB, οὕτως τὸ ΓZ πρὸς τὸ ZΔ:

λέγω, ὅτι καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ZΔ.



Εἰ γὰρ μή ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔZ, ἔσται ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE, οὕτως τὸ ΓΔ ἤτοι πρὸς ἔλασσόν τι τοῦ ΔZ ἢ πρὸς μεῖζον. Ἔστω πρότερον πρὸς ἔλασσον τὸ ΔH. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ΔH, συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν: ὥστε καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AE πρὸς τὸ EB, οὕτως τὸ ΓH πρὸς τὸ HΔ. ὑπόκειται δὲ καὶ ὡς τὸ AE πρὸς τὸ EB, οὕτως τὸ ΓZ πρὸς τὸ ZΔ. καὶ ὡς ἄρα τὸ ΓH πρὸς τὸ HΔ, οὕτως τὸ ΓZ πρὸς τὸ ZΔ. μεῖζον δὲ τὸ πρῶτον τὸ ΓH τοῦ τρίτου τοῦ ΓZ: μεῖζον ἄρα καὶ τὸ δεύτερον τὸ HΔ τοῦ τετάρτου τοῦ ZΔ. ἀλλὰ καὶ ἔλαττον: ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον: οὐκ ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE, οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς ἔλασσον τοῦ ZΔ.

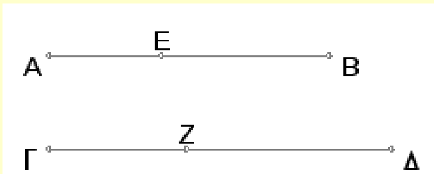
ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι οὐδὲ πρὸς μεῖζον: πρὸς αὐτὸ ἄρα. Ἐὰν ἄρα διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[1] **V.17** Ако су величине, узете заједно, пропорционалне, оне су пропорционалне и одвојено узете.
[2] **V.11** Две размере једнаке једној истој размери једнаке су међу собом.
[3] **V.14** Ако је размера прве (величине) према другој једнака размери треће према четвртој, а прва (величина) је већа од треће, биће и друга већа од четврте, а ако је једнака, биће једнака, ако је мања - мања.

V. 19

Ако је цело према целом, као умањилац према умањиоцу, онда је и остатак према остатку, као цело према целом.

Нека је цело AB према целом ΓΔ, као умањилац AE према умањиоцу ΓZ.



Тврдим, да је и остатак EB према остатку ZΔ, као цело AB према целом ΓΔ.

Пошто је AB према ΓΔ, као AE према ΓZ, онда важи и пермутована пропорција, наиме: BA је према AE, као ΔΓ према ΓZ [V.16][1]. И пошто, ако су величине, узете заједно, пропорционалне, оне су пропорционалне и одвојено узете [V.17][2], биће BE према EA, као ΔZ према ΓZ, и пермутовано: BE је према ΔZ, као EA према ZΓ [V.16]. Али по претпоставци AE је према ΓZ, као цело AB према целом ΓΔ. На тај начин остатак EB је према остатку ZΔ, као цело AB према целом ΓΔ [V.11][3].

На овај начин, ако је цело према целом, као умањилац према умањиоцу, онда је и остатак према остатку, као цело према целом. А то је требало доказати.

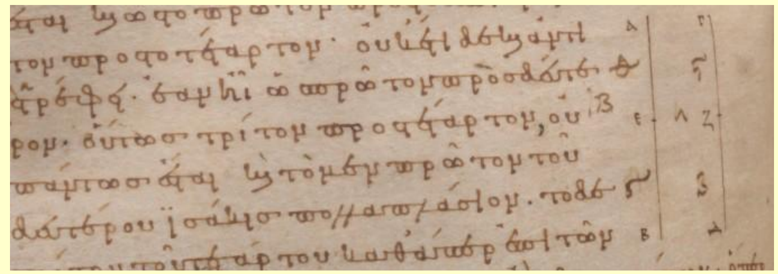
[Пошто је доказано, да је AB према ΓΔ, као EB према ZΔ, и, пермутовано, AB је према BE, као ΓΔ према ZΔ, значи да су пропорционалне величине, узете заједно, а доказали смо да је BA према AE, као ΔΓ према ΓZ, а то је превртање (претходне пропозиције)].

Последица

Из овог је јасно, да ако су пропорционалне величине узете заједно, онда важи и преврнута пропорција. А то је требало доказати.

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Ἔστω γὰρ ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ AE πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓZ:



λέγω, ὅτι καὶ λοιπὸν τὸ EB πρὸς λοιπὸν τὸ ZΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ AE πρὸς τὸ ΓZ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ BA πρὸς τὸ AE, οὕτως τὸ ΔΓ πρὸς τὸ ΓZ. καὶ ἐπεὶ συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται, ὡς τὸ BE πρὸς τὸ EA, οὕτως τὸ ΔZ πρὸς τὸ ΓZ: καὶ ἐναλλάξ, ὡς τὸ BE πρὸς τὸ ΔZ, οὕτως τὸ EA πρὸς τὸ ZΓ. ὡς δὲ τὸ AE πρὸς τὸ ΓZ, οὕτως ὑπόκειται ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ. καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ EB πρὸς λοιπὸν τὸ ZΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ.

Ἐὰν ἄρα ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν, καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλον πρὸς ὅλον [ὅπερ ἔδει δεῖξαι].

[Καὶ ἐπεὶ ἐδείχθη ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ EB πρὸς τὸ ZΔ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BE οὕτως τὸ ΓΔ πρὸς τὸ ZΔ, συγκείμενα ἄρα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν: ἐδείχθη δὲ ὡς τὸ BA πρὸς τὸ AE, οὕτως τὸ ΔΓ πρὸς τὸ ΓZ: καί ἐστιν ἀναστρέψαντι].

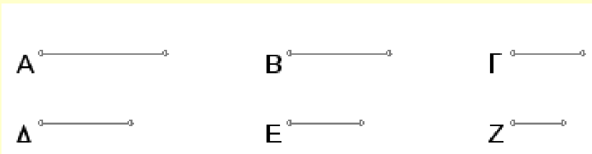
Πόρισμα Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἀναστρέψαντι ἀνάλογον ἔσται: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[1] **V.16** Ако су четири величине пропорционалне, оне ће бити и пермутоване пропорционалне.
[2] **V.17** Ако су величине, узете заједно, пропорционалне, оне су пропорционалне и одвојено узете.
[3] **V.11** Две размере једнаке једној истој размери једнаке су међу собом.

V. 20

Ако су три величине и друге, у истом броју, узете по две, у истој размери и од једнако удаљених прва је већа од треће, биће и четврта већа од шесте, а ако је једнака, биће једнака, а ако мања - мања.

Нека су дате три величине A, B, Γ и друге, у истом броју, Δ, E, Z, узете по две, и истој размери, наиме, A је према B, као Δ према E, и B према Γ, као E према Z и од једнако удаљених нека је A веће од Γ.



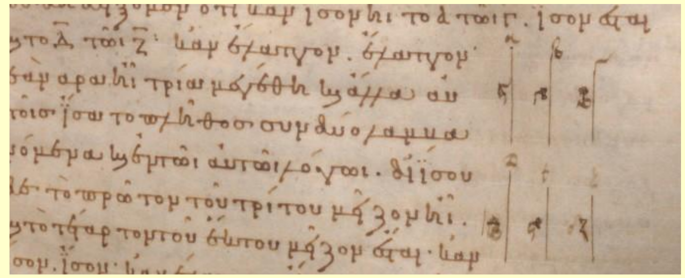
Тврдим, да ће и Δ бити веће од Z, а ако је једнако, биће једнако, а ако мање - мање.

Заиста, нека је A веће од Γ, а B је нека друга величина (иста за две размере), тада је од неједнаких величина већа у већој размери према једној истој величини него мања [V.8][1], и према томе је размера A према B већа од размере Γ према B. Али A је према B, као Δ према E, и, после узимања обрнутих размера, Γ је према B, као Z према E. Према томе је размера Δ према E већа од размере Z према E [V.13][2]. Али величина (Δ), која је у већој размери према истој величини (E), већа је [V.10][3] и према томе је Δ веће од Z. На сличан начин доказује се да ако је A једнако Γ, биће и Δ једнако Z, а ако је мање - мање.

На овај начин, ако су три величине и друге, у истом броју, узете по две, у истој размери и од једнако удаљених прва је већа од треће, биће и четврта већа од шесте, а ако је једнака, биће једнака, а ако мања - мања. А то је требало доказати.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ A, B, Γ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, E, Z, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E, ὡς δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z, δι' ἴσου δὲ μεῖζον ἔστω τὸ A τοῦ Γ:



λέγω, ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Z μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ A τοῦ Γ, ἄλλο δέ τι τὸ B, τὸ δὲ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ ἔλαττον, τὸ A ἄρα πρὸς τὸ B μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ B. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B, [οὕτως] τὸ Δ πρὸς τὸ E, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ B, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ Z πρὸς τὸ E: καὶ τὸ Δ ἄρα πρὸς τὸ E μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Z πρὸς τὸ E. τῶν δὲ πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων τὸ μείζονα λόγον ἔχον μεῖζόν ἐστιν. μεῖζον ἄρα τὸ Δ τοῦ Z. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ A τῷ Γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Z, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[1] **V.8** Од неједнаких величина већа је у већој размери према једној истој величини него мања, а иста величина у већој размери према мањој него према већој.

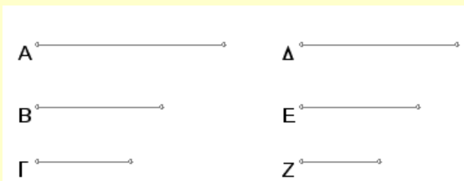
[2] **V.13** Ако је прва (величина) према другој у истој размери, као трећа према четвртој, а размера треће према четвртој већа од размере пете према шестој, биће и размера прве према другој већа од размере пете према шестој.

[3] **V.10** Од две величине, које су у размерама према истој величини, она је већа чија је размера већа, и она величина према којој је иста величина у већој размери мања је.

V. 21

Ако су три величине и друге, у истом броју, у истој размери, али у поремећеној пропорцији и од једнако удаљених прва је већа од треће, биће и четврта већа од шесте, а ако је једнака, биће једнака, а ако мања - мања.

Нека су три величине A, B, Γ и друге, у истом броју, узете по две, у истој размери, али у поремећеној пропорцији, наиме, A је према B, као E према Z, и B према Γ, као Δ према E и од једнако удаљених A је веће од Γ.



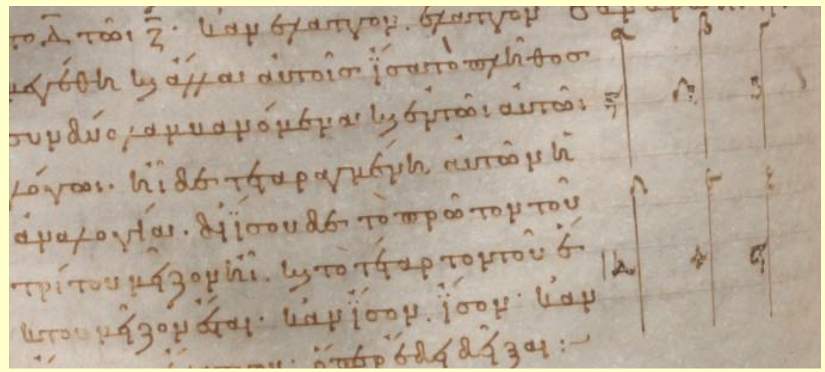
Тврдим, да ће и Δ бити веће од Z, ако је једнако, а ако мање - мање.

Заиста, пошто је A веће од Γ, а B је нека друга величина (иста за две размере), биће размера A према B већа од размере Γ према B [V.8][1]. Али A је према B, као E према Z, и, после узимања обрнутих размера, Γ је према B, као E према Δ. На тај начин размера E према Z је већа од размере E према Δ [V.13][2]. Али величина, према којој је иста величина у већој размери, мања је [V.10][3]. Према томе је Z мање од Δ, па значи Δ је веће од Z. На сличан начин доказује се да ако је A једнако Γ, биће и Δ једнако Z, а ако је мање - мање.

На овај начин, ако су три величине и друге, у истом броју, у истој размери, али у поремећеној пропорцији и од једнако удаљених прва величина је већа од треће, биће и четврта већа од шесте, ако је једнака, биће једнака, а ако мања - мања. А то је требало доказати.

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ A, B, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, E, Z, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z, ὡς δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E, δι' ἴσου δὲ τὸ A τοῦ Γ μεῖζον ἔστω:



λέγω, ὅτι καὶ τὸ Δ τοῦ Z μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

Ἐπεὶ γὰρ μεῖζόν ἐστι τὸ A τοῦ Γ, ἄλλο δέ τι τὸ B, τὸ A ἄρα πρὸς τὸ B μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ Γ πρὸς τὸ B. ἀλλ' ὡς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ B, ἀνάπαλιν οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Δ. καὶ τὸ E ἄρα πρὸς τὸ Z μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὸ E πρὸς τὸ Δ. πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλασσόν ἐστιν: ἔλασσον ἄρα ἐστὶ τὸ Z τοῦ Δ: μεῖζον ἄρα ἐστὶ τὸ Δ τοῦ Z. ὁμοίως δὴ δείξομεν, ὅτι κἂν ἴσον ᾖ τὸ A τῷ Γ, ἴσον ἔσται καὶ τὸ Δ τῷ Z, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον.

---

[1] **V.8** Од неједнаких величина већа је у већој размери према једној истој величини него мања, а иста величина у већој размери према мањој него према већој.

[2] **V.13** Ако је прва (величина) према другој у истој размери, као трећа према четвртој, а размера треће према четвртој већа од размере пете према шестој, биће и размера прве према другој већа од размере пете према шестој.

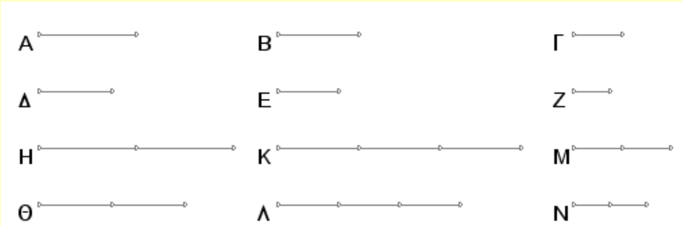
[3] **V.10** Од две величине, које су у размерама према истој величини, она је већа чија је размера већа, и она величина према којој је иста величина у већој размери мања је.

	Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ, καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἴσον, ἴσον, κἂν ἔλαττον, ἔλαττον: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

V. 22

Ако су дате неке величине у произвољном броју и друге у истом броју, које су, узете по две, у истој размери, онда су и једнако удаљене у истој размери.

Нека су A, B, Γ неке величине, а Δ, E, Z друге у истом броју и, узете по две, су у истој размери, наиме A је према B као Δ према E, и B према Γ, као E према Z.



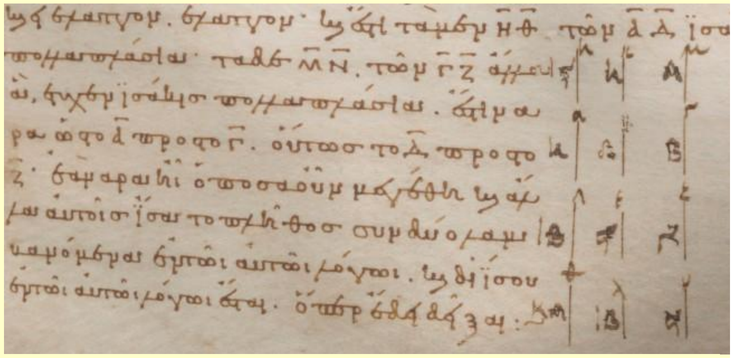
Тврдим, да су и једнако удаљене у истој размери.

Заиста, начинимо од A и Δ једнакоструке мултиплуме H и Θ, а од B и E друге, произвољне једнакоструке мултиплуме K и Λ, и од Γ и Z друге, произвољне мултиплуме M и N.
И пошто је A према B, као Δ према E, а од A и Δ су образовани једнакоструки мултиплуми H и Θ, а од B и E други, произвољни једнакоструки мултиплуми K и Λ, онда је H према K, као Θ према Λ [V.4][1]. Из истих разлога следује да је K према M, као Λ према N. На тај начин, пошто постоје три величине H, K, M и друге Θ, Λ, N, у истом броју, а узете по две су у истој размери, онда, ако је H веће од M, биће, као једнако удаљени, и Θ веће од N, ако је једнако, биће једнако, а ако мање - мање [V.20][2]. И пошто су H и Θ једнакоструки мултиплуми од A и Δ, а M и N други, произвољни једнакоструки мултиплуми од Γ и Z, биће према A према Γ, као Δ према Z [V.Деф. 5][3].

На овај начин, ако су дате неке величине у произвољном броју и друге у истом броју, које су, узете по две, у истој размери, онда су и једнако удаљене у истој

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Ἔστω ὁποσαοῦν μεγέθη τὰ A, B, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Δ, E, Z, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὡς μὲν τὸ A πρὸς τὸ B, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E, ὡς δὲ τὸ B πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z:



λέγω, ὅτι καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Εἰλήφθω γὰρ τῶν μὲν A, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ H, Θ, τῶν δὲ B, E ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ K, Λ, καὶ ἔτι τῶν Γ, Z ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ M, N. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ A πρὸς τὸ B, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ E, καὶ εἴληπται τῶν μὲν A, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ H, Θ, τῶν δὲ B, E ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ K, Λ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ H πρὸς τὸ K, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Λ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ K πρὸς τὸ M, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ N. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ H, K, M, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Θ, Λ, N, σύνδυο λαμβανόμενα καὶ

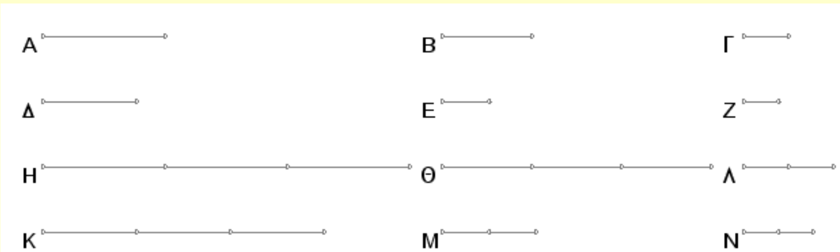
[1] **V.4** Ако је прва (величина) према другој у истој размери као што је трећа према четвртој, онда су произвољни једнакоструки мултиплуми прве и треће величине и једнакоструки мултиплуми друге и четврте величине у истој размери, ако су узети у одговарајућем поретку.
[2] **V.20** Ако су три величине и друге, у истом броју, узете по две, у истој размери и од једнако удаљених прва је већа од треће, биће и четврта већа од шесте, а ако је једнака, биће једнака, а ако мања - мања.
[3] **V.Деф.5** Каже се да су две величине у *истој размери*, прва према другој као трећа према четвртој, ако су било који једноструки мултиплуми прве и треће у исто време или већи, или једнаки, или мањи од било којих мултиплума друге и четврте, сваки према сваком узети у одговарајућем поретку.

размери. А то је требало доказати.	ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Μ, ὑπερέχει καὶ τὸ Θ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Η, Θ τῶν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Μ, Ν τῶν Γ, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ. Ἐὰν ἄρα ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

V. 23

Ако су дате три величине и друге у истом броју, које су, узете по две, у истој размери, а за њих важи поремећена пропорција, биће и једнако удаљене у истој размери.

Нека су Α, Β, Γ три величине и Δ, Ε, Ζ друге, у истом броју, које су, узете по две, у истој размери, а за њих бажи поремећена пропорција, наиме, Α је према Β, као Ε према Ζ, и Β према Γ, као Δ према Ε.

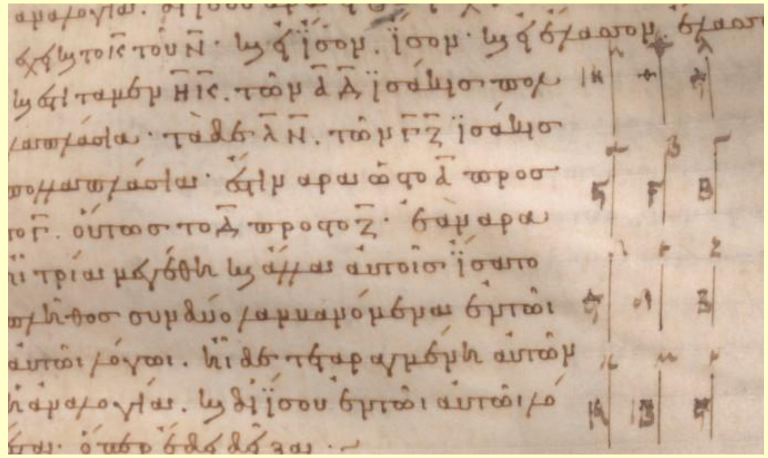


Тврдим, да је Α према Γ, као Δ према Ζ.

Образујмо од Α, Β, Δ једнакоструке мултиплуме Η, Θ, Κ, а од Γ, Ε, Ζ друге, произвољне једнакоструке мултиплуме Λ, Μ, Ν.
Пошто су Η и Θ једнакоструки мултиплуми од Α и Β, а делови су према својим једнакоструким мултиплумимау истој размери [V.15][1], биће Α према Β, као Η према Θ. Из истих разлога је и Ε према Ζ, као Μ према Ν. Међутим, Α је према Β, као Ε према Ζ. И према томе Η је према Θ, као Μ према Ν [V.11][2]. И пошто је Β према Γ, као Δ према Ε, биће и, пермутовано, Β према Δ, као Γ према Ε [V.16][3]. А пошто су Θ и Κ једнакоструки мултиплуми од Β и Δ, а делови су према својим једнакоструким мултиплумима у истој размери, биће Β према Δ, као Θ према Κ [V.15]. Али Β је према Δ, као Γ према Ε. И према томе Θ је према Κ, као Γ према Ε [V.11]. Даље, пошто су Λ и Μ једнакоструки мултиплуми од Γ и Ε, Γ је према Ε, као Λ према Μ [V.15]. Али Γ је према Ε, као Θ према Κ. Према томе је Θ према Κ, као Λ према Μ [V.11], и, пермутовано, Θ је према Λ, као Κ према Μ [V.16]. А доказали смо да је Η према Θ, као Μ према Ν. На тај начин, пошто су Η, Θ, Λ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Ἔστω τρία μεγέθη τὰ Α, Β, Γ καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τὰ Δ, Ε, Ζ, ἔστω δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, ὡς μὲν τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, ὡς δὲ τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε:



λέγω, ὅτι ἐστὶν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ.

Εἰλήφθω τῶν μὲν Α, Β, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Η, Θ, Κ, τῶν δὲ Γ, Ε, Ζ ἄλλα, ἃ ἔτυχεν, ἰσάκις πολλαπλάσια τὰ Λ, Μ, Ν. Καὶ ἐπεὶ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια τὰ Η, Θ τῶν Α, Β, τὰ δὲ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Η πρὸς τὸ Θ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ὡς τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν: καί ἐστιν ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Β, οὕτως τὸ Ε πρὸς τὸ Ζ: καὶ ὡς ἄρα τὸ Η πρὸς τὸ Θ, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ε, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. καὶ

[1] **V.15** Делови стоје према својим једнакоструким мултиплумима у истој размери, ако се узму одговарајућим редом.
[2] **V.11** Две размере једнаке једној истој размери једнаке су међу собом.
[3] **V.16** Ако су четири величине пропорционалне, оне ће бити и пермутоване пропорционалне.

три величине и K, M, N друге, у истом броју, које су, узете по две, у истој размери, а за њих важи обрнута пропорција, биће и за једнако удаљене, ако је H веће од Λ, и K веће од N, ако је једнако, биће једнако и ако мање - мање [V.21][1]. А H и K су једнакоструки мултиплуми од A и Δ, а Λ и N од Γ и Z. Према томе, A је према Γ, као Δ према Z.

На овај начин, ако су дате три величине и друге у истом броју, које су, узете по две, у истој размери, а за њих важи поремећена пропорција, биће и једнако удаљене у истој размери. А то је требало доказати.

ἐπεὶ τὰ Θ, Κ τῶν Β, Δ ἰσάκις ἐστὶ πολλαπλάσια, τὰ δὲ μέρη τοῖς ἰσάκις πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ. ἀλλ' ὡς τὸ Β πρὸς τὸ Δ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε: καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Γ πρὸς τὸ Ε. πάλιν, ἐπεὶ τὰ Λ, Μ τῶν Γ, Ε ἰσάκις ἐστι πολλαπλάσια, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Μ. ἀλλ' ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ Ε, οὕτως τὸ Θ πρὸς τὸ Κ: καὶ ὡς ἄρα τὸ Θ πρὸς τὸ Κ, οὕτως τὸ Λ πρὸς τὸ Μ, καὶ ἐναλλὰξ ὡς τὸ Θ πρὸς τὸ Λ, τὸ Κ πρὸς τὸ Μ. ἐδείχθη δὲ καὶ ὡς τὸ Η πρὸς τὸ Θ, οὕτως τὸ Μ πρὸς τὸ Ν. ἐπεὶ οὖν τρία μεγέθη ἐστὶ τὰ Η, Θ, Λ, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος τὰ Κ, Μ, Ν σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καί ἐστιν αὐτῶν τεταραγμένη ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου ἄρα, εἰ ὑπερέχει τὸ Η τοῦ Λ, ὑπερέχει καὶ τὸ Κ τοῦ Ν, καὶ εἰ ἴσον, ἴσον, καὶ εἰ ἔλαττον, ἔλαττον. καί ἐστι τὰ μὲν Η, Κ τῶν Α, Δ ἰσάκις πολλαπλάσια, τὰ δὲ Λ, Ν τῶν Γ, Ζ. ἔστιν ἄρα ὡς τὸ Α πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ Δ πρὸς τὸ Ζ.

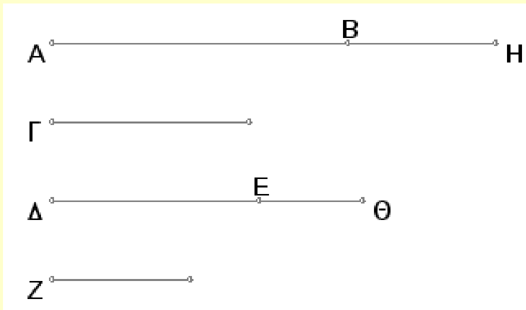
Ἐὰν ἄρα ᾖ τρία μεγέθη καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[1] **V.21** Ако су три величине и друге, у истом броју, у истој размери, али у поремећеној пропорцији и од једнако удаљених прва је већа од треће, биће и четврта већа од шесте, а ако је једнака, биће једнака, а ако мања - мања.

V. 24

Ако је прва (величина) према другој у истој размери као трећа према четвртој, а пета је према другој у истој размери као шеста према четвртој, биће и збир прве и пете према другој у истој размери као збир треће и шесте према четвртој.

Нека је прва AB према другој Γ, као трећа ΔE према четвртој Z, а пета BH према другој Γ као шеста EΘ према четвртој Z.



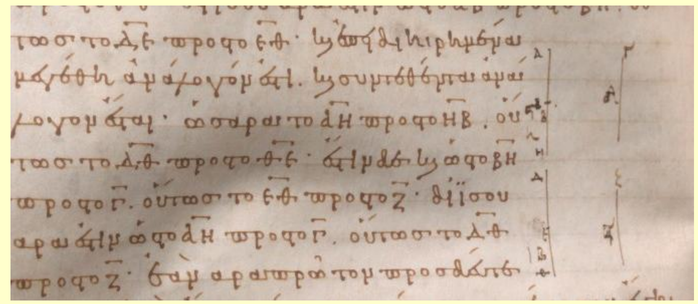
Тврдим, да је збир прве и пете, AH, према другој Γ, као збир треће и шесте, ΔΘ, према четвртој Z.

Заиста, пошто је BH према Γ, као EΘ према Z, биће, обрнуто, Γ према BH као Z према EΘ. На тај начин, пошто је AB према Γ, као ΔE према Z и Γ према BH, као Z према EΘ, биће и за једнако удаљене: AB према BH, као ΔE према EΘ [V.22][1]. А пошто, ако су величине, узете одвојено, пропорционалне, оне су пропорционалне и заједно узете [V.18][2], биће AH према HB, као, ΔΘ према ΘE. Међутим, BH је према Γ, као EΘ према Z. Према томе и за једнако удаљене имамо: AH је према Γ као ΔΘ према Z [V.22].

На овај начин, ако је прва (величина) према другој у истој размери као трећа према четвртој, а пета је према другој у истој размери као шеста према четвртој, биће и збир прве и пете према другој у истој размери као збир треће и шесте према четвртој. А то је требало доказати.

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Πρῶτον γὰρ τὸ AB πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἐχέτω λόγον καὶ τρίτον τὸ ΔE πρὸς τέταρτον τὸ Z, ἐχέτω δὲ καὶ πέμπτον τὸ BH πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον τὸ EΘ πρὸς τέταρτον τὸ Z:



λέγω, ὅτι καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον τὸ AH πρὸς δεύτερον τὸ Γ τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τὸ ΔΘ πρὸς τέταρτον τὸ Z.

Ἐπεὶ γάρ ἐστιν ὡς τὸ BH πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ EΘ πρὸς τὸ Z, ἀνάπαλιν ἄρα ὡς τὸ Γ πρὸς τὸ BH, οὕτως τὸ Z πρὸς τὸ EΘ. ἐπεὶ οὖν ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΔE πρὸς τὸ Z, ὡς δὲ τὸ Γ πρὸς τὸ BH, οὕτως τὸ Z πρὸς τὸ EΘ, δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ BH, οὕτως τὸ ΔE πρὸς τὸ EΘ. καὶ ἐπεὶ διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογόν ἐστιν, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται: ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AH πρὸς τὸ HB, οὕτως τὸ ΔΘ πρὸς τὸ ΘE. ἔστι δὲ καὶ ὡς τὸ BH πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ EΘ πρὸς τὸ Z: δι' ἴσου ἄρα ἐστὶν ὡς τὸ AH πρὸς τὸ Γ, οὕτως τὸ ΔΘ πρὸς τὸ Z.

Ἐὰν ἄρα πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

---

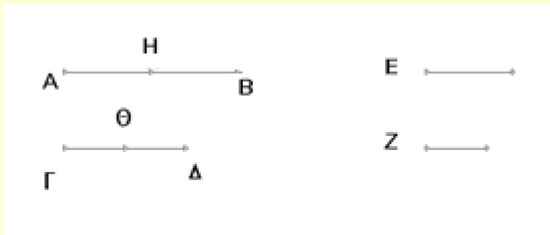
[1] **V.22** Ако су дате неке величине у произвољном броју и друге у истом броју, које су, узете по две, у истој размери, онда су и једнако удаљене у истој размери.

[2] **V.18** Ако су величине, узете одвојено, пропорционалне, оне су пропорционалне и заједно узете.

V. 25

Ако су пропорционалне четири величине, онда је збир највеће и најмање већи од збира две остале.

Нека су четири величине AB, ΓΔ, E, Z пропорционалне, наиме, AB је према ΓΔ, као E према Z, и нека је AB највећа од њих, а најмања Z.



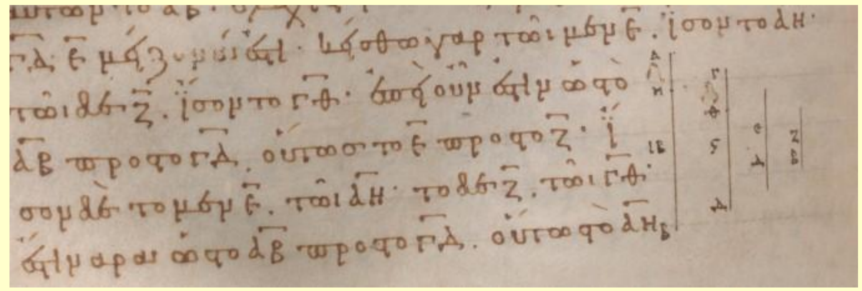
Тврдим да је збир AB и Z већи од збира ΓΔ и E.

Заиста, нека буде AH једнако E и ΓΘ једнако Z.
Пошто је AB према ΓΔ, као E према Z, а E је једнако AH, и Z једнако ΓΘ, биће AB према ΓΔ као AH према ΓΘ. И пошто је цело AB према целом ΓΔ, као умањилац AH према умањиоцу ΓΘ, биће и остатак HB према остатку ΘΔ, као цело AB према целом ΓΔ [V.19][1]. Али AB је веће од ΓΔ, према томе и HB је веће од ΘΔ. А пошто је AH једнако E, а ΓΘ једнако Z, биће и збир AH и Z једнак збиру ΓΘ и E. И стога, [ако се неједнаким додају једнаке, онда су и целе неједнаке,] дакле, ако се неједнаким HB и ΘΔ, при већем HB, првој дода збир AH и Z, а другој збир ΓΘ и E, онда ће и збир AB и Z бити већи од збира ΓΔ и E.

На овај начин, ако су пропорционалне четири величине, онда је збир највеће и најмање већи од збира две остале. А то је требало доказати.

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον [αὐτῶν] καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Ἔστω τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον τὰ AB, ΓΔ, E, Z, ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z, ἔστω δὲ μέγιστον μὲν αὐτῶν τὸ AB, ἐλάχιστον δὲ τὸ Z:



λέγω, ὅτι τὰ AB, Z τῶν ΓΔ, E μείζονά ἐστιν.

Κείσθω γὰρ τῷ μὲν E ἴσον τὸ AH, τῷ δὲ Z ἴσον τὸ ΓΘ. Ἐπεὶ [οὖν] ἐστιν ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ E πρὸς τὸ Z, ἴσον δὲ τὸ μὲν E τῷ AH, τὸ δὲ Z τῷ ΓΘ, ἔστιν ἄρα ὡς τὸ AB πρὸς τὸ ΓΔ, οὕτως τὸ AH πρὸς τὸ ΓΘ. καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ, οὕτως ἀφαιρεθὲν τὸ AH πρὸς ἀφαιρεθὲν τὸ ΓΘ, καὶ λοιπὸν ἄρα τὸ HB πρὸς λοιπὸν τὸ ΘΔ ἔσται ὡς ὅλον τὸ AB πρὸς ὅλον τὸ ΓΔ. μεῖζον δὲ τὸ AB τοῦ ΓΔ: μεῖζον ἄρα καὶ τὸ HB τοῦ ΘΔ. καὶ ἐπεὶ ἴσον ἐστὶ τὸ μὲν AH τῷ E, τὸ δὲ ΓΘ τῷ Z, τὰ ἄρα AH, Z ἴσα ἐστὶ τοῖς ΓΘ, E. Καὶ [ἐπεὶ] ἐὰν [ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἄνισά ἐστιν, ἐὰν ἄρα] τῶν HB, ΘΔ ἀνίσων ὄντων καὶ μείζονος τοῦ HB τῷ μὲν HB προστεθῇ τὰ AH, Z, τῷ δὲ ΘΔ προστεθῇ τὰ ΓΘ, E, συνάγεται τὰ AB, Z μείζονα τῶν ΓΔ, E.

Ἐὰν ἄρα τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον αὐτῶν καὶ τὸ ἐλάχιστον δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν: ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

[1] **V.19** Ако је цело према целом, као умањилац према умањиоцу, онда је и остатак према остатку, као цело према целом.