

Геометрија

Извор: К. У. Шахно

Как готовиться к приемным экзаменам в вуз по математике

<ЈУЛА 2020>

ПРИПРЕМА ЗА ФАКУЛТЕТ

ПРИМЕР 262



Геометрија

ПРИМЕР 262

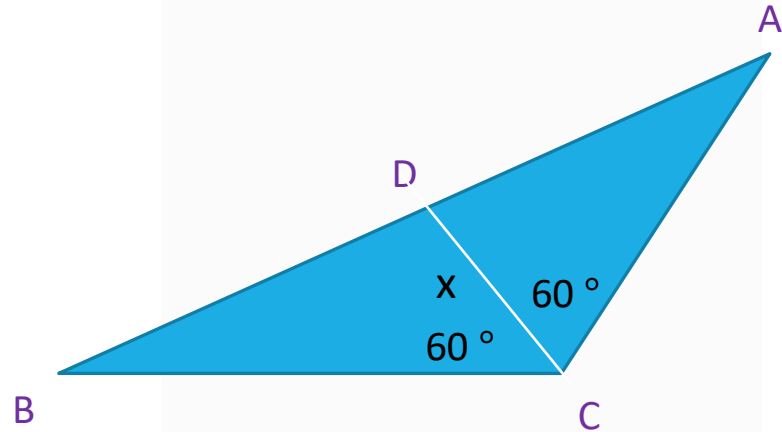
- Две странице троугла једнаке су a и b , а угао међу њима 120° .
- Наћи бисектрису тог угла троугла.

Геометрија

ПРИМЕР 262

- Две странице троугла једнаке су a и b , а угао међу њима 120° .
- Наћи бисектрису тог угла троугла.

Нека је дат троугао ABC и тражена величина $CD = x$.



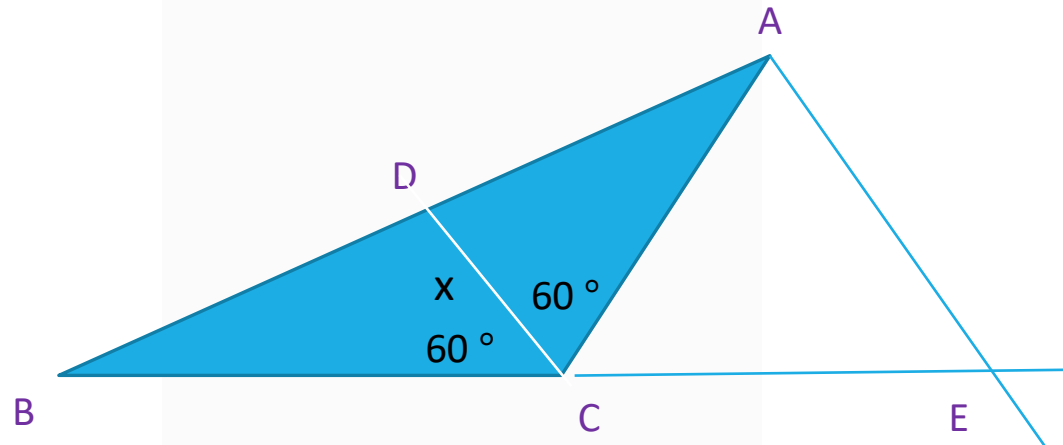
Геометрија

ПРИМЕР 262

- Две странице троугла једнаке су a и b , а угао међу њима 120° .
- Наћи бисектрису тог угла троугла.

Нека је дат троугао ABC и тражена величина $CD = x$.

Уводимо праву $AE \parallel CD$ где је E тачка пресека правих AE и BC .

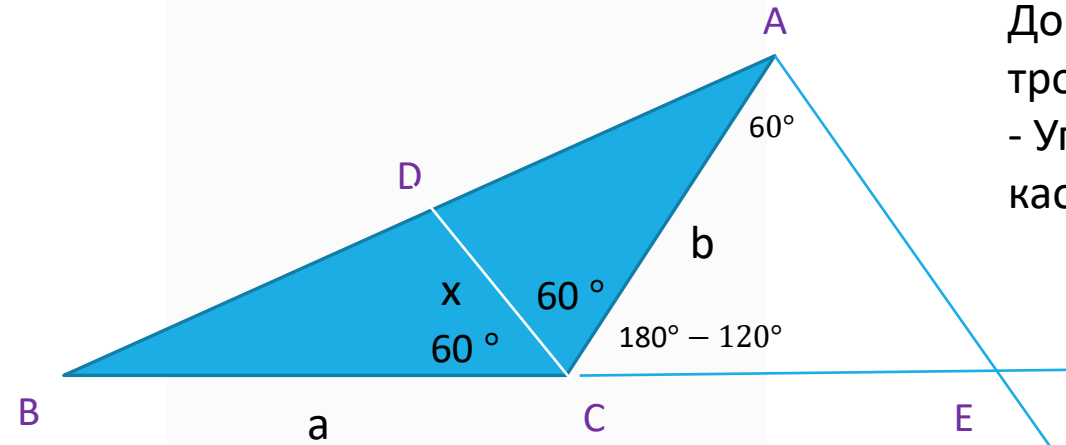


Геометрија

ПРИМЕР 262

- Две странице троугла једнаке су a и b , а угао међу њима 120° .
- Наћи бисектрису тог угла троугла.

Нека је дат троугао ABC и тражена величина $CD = x$.



Уводимо праву $AE \parallel CD$ где је E тачка пресека правих AE и BC .

Добили смо правилан троугао ACE са страницом b .
- Углови DCA и CAE једнаки као наизменични.

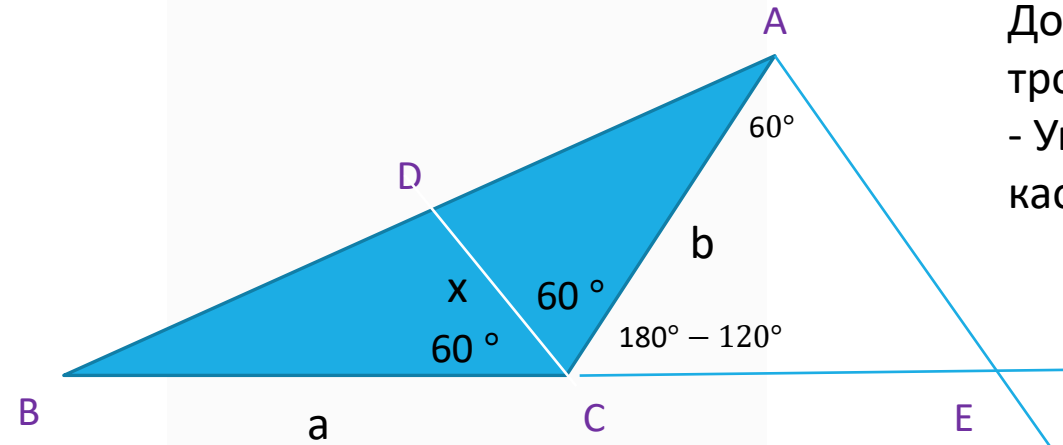
Геометрија

ПРИМЕР 262

- Две странице троугла једнаке су a и b , а угао међу њима 120° .
- Наћи бисектрису тог угла троугла.

Нека је дат троугао ABC и тражена величина $CD = x$.

Уводимо праву $AE \parallel CD$ где је E тачка пресека правих AE и BC .



Добили смо правилан троугао ACE са страницом b .
- Углови DCA и CAE једнаки као наизменични.

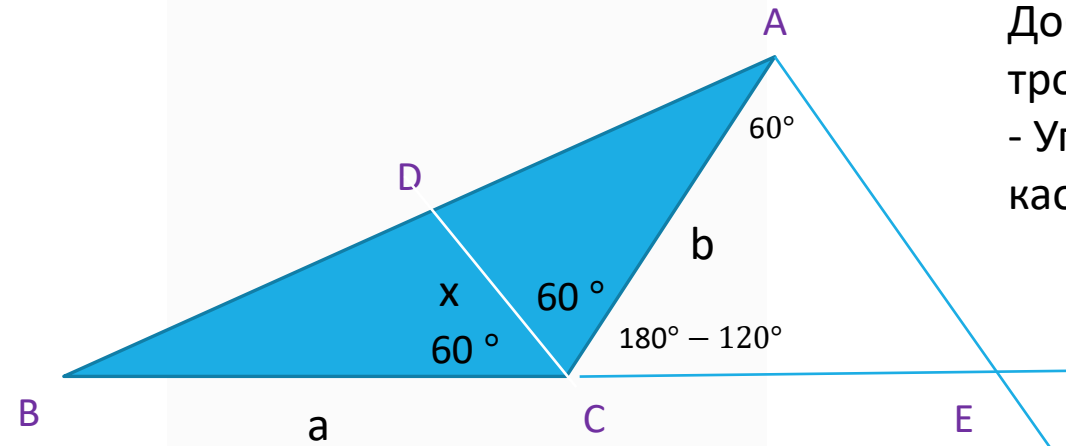
По познатој теореме закључујемо да су троуглови BDC и BAE слични.

Геометрија

ПРИМЕР 262

- Две странице троугла једнаке су a и b , а угао међу њима 120° .
- Наћи бисектрису тог угла троугла.

Нека је дат троугао ABC и тражена величина $CD = x$.



Уводимо праву $AE \parallel CD$ где је E тачка пресека правих AE и BC .

Добили смо правилан троугао ACE са страницом b .
- Углови DCA и CAE једнаки као наизменични.

По познатој теореме закључујемо да су троуглови BDC и BAE слични.

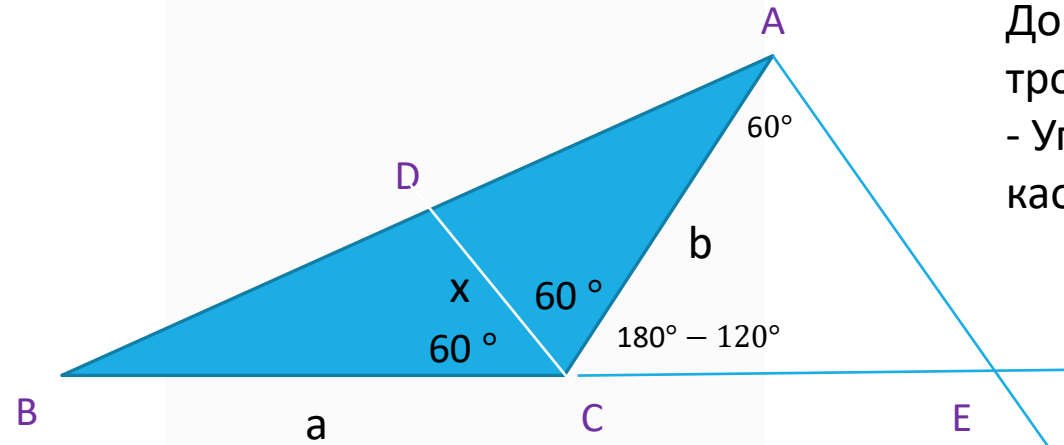
Следи да је $\frac{CD}{AE} = \frac{BC}{BE}$ или $\frac{x}{b} = \frac{a}{a+b}$.

Геометрија

ПРИМЕР 262

- Две странице троугла једнаке су a и b , а угао међу њима 120° .
- Наћи бисектрису тог угла троугла.

Нека је дат троугао ABC и тражена величина $CD = x$.



Уводимо праву $AE \parallel CD$ где је E тачка пресека правих AE и BC .

Добили смо правилан троугао ACE са страницом b .
- Углови DCA и CAE једнаки као наизменични.

По познатој теореме закључујемо да су троуглови BDC и BAE слични.

Следи да је $\frac{CD}{AE} = \frac{BC}{BE}$ или $\frac{x}{b} = \frac{a}{a+b}$.

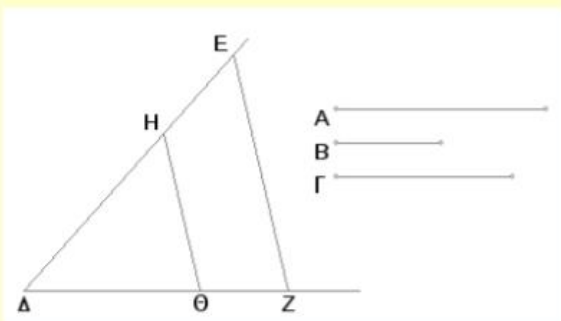
Отуда је $x = \frac{ab}{a+b}$.

За три дате дужи наћи четврту пропорционалу.

Нека су дате три дужи А, В, Г.

Треба за А, В, Г наћи четврту пропорционалу.

Конструирамо две праве, ΔΕ и ΔΖ, тако да образују произвољан угао ΕΔΖ. Одмеримо ΔН једнако А, НΕ једнако В и још ΔΘ једнако Г. Спојимо Н са Θ и кроз Ε повучимо ΕΖ паралелно НΘ [I.31]¹.



Пошто је сад у троуглу ΔΕΖ права НΘ повучена паралелно ΕΖ, односиће се ΔН према НΕ као ΔΘ према ΘΖ [VI.2]². Али је ΔН једнако Α, НΕ једнако Β и ΔΘ једнако Γ, те је Α према Β као Γ према ΘΖ.

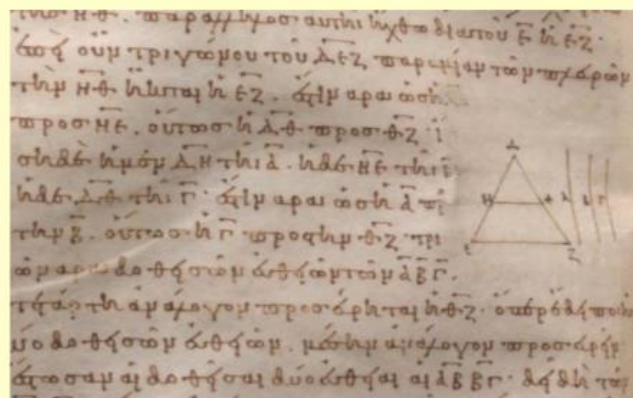
На овај начин је за три дужи Α, Β, Γ конструисана четврта пропорционала ΘΖ. А то је требало извести.

Триών δοθεισών εὐθειῶν τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἐστωσαν αἱ δοθεῖσαι τρεῖς εὐθεῖαι αἱ Α, Β, Γ:

δεῖ δὴ τῶν Α, Β, Γ τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Ἐκκείσθωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ ΔΕ, ΔΖ γωνίαν περιέχουσαι [τυχοῦσαν] τὴν ὑπὸ ΕΔΖ: καὶ κείσθω τῇ μὲν Α ἴση ἢ ΔН, τῇ δὲ Β ἴση ἢ НΕ, καὶ ἔτι τῇ Γ ἴση ἢ ΔΘ: καὶ ἐπιζευχθείσης τῆς НΘ παράλληλος αὐτῇ ἦχθω διὰ τοῦ Ε ἡ ΕΖ.

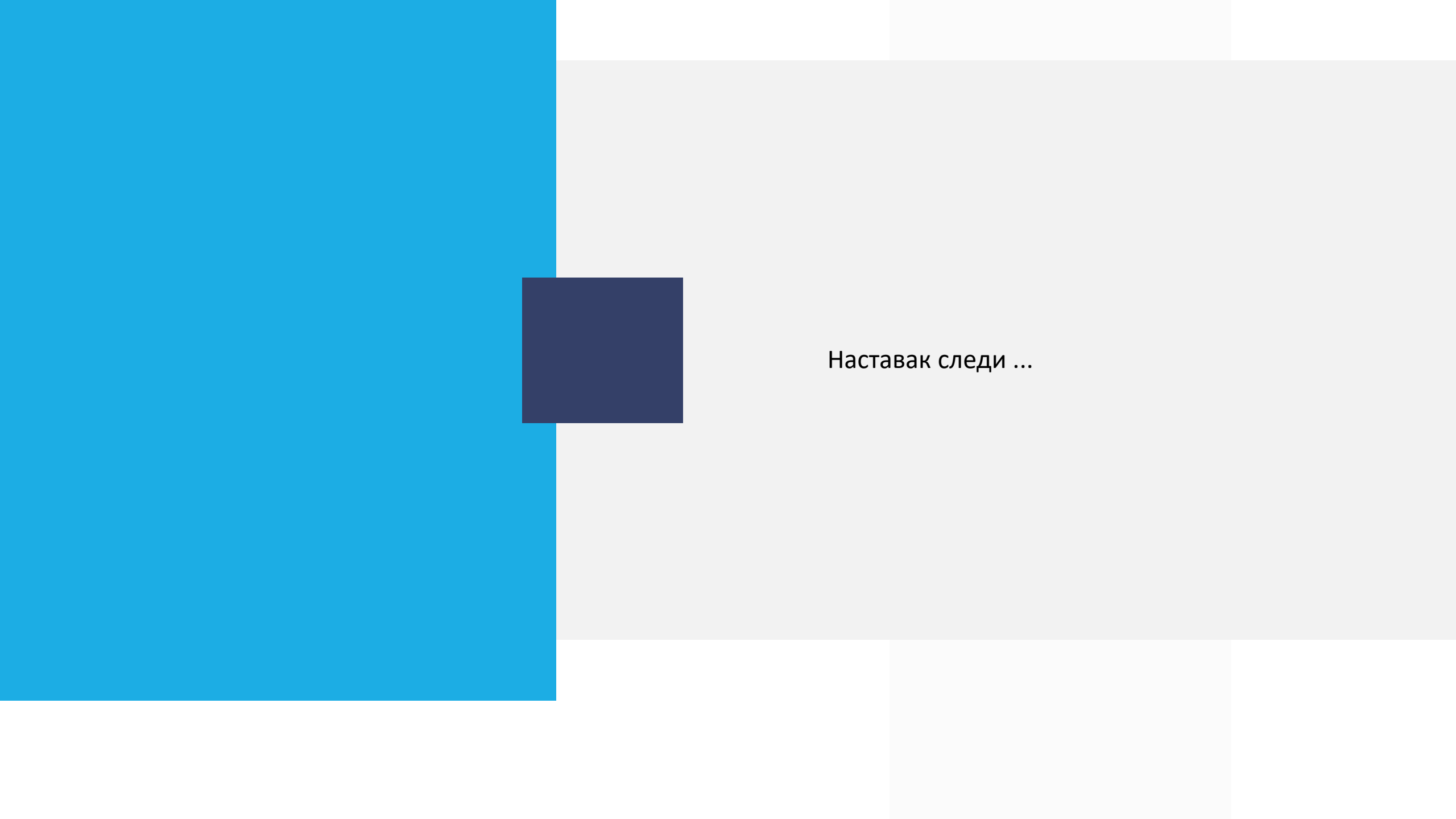


Ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ ΔΕΖ παρὰ μίαν τὴν ΕΖ ἦκται ἡ НΘ, ἔστιν ἄρα ὡς ἡ ΔН πρὸς τὴν НΕ, οὕτως ἡ ΔΘ πρὸς τὴν ΘΖ. Ἰση δὲ ἡ μὲν ΔН τῇ Α, ἡ δὲ НΕ τῇ Β, ἡ δὲ ΔΘ τῇ Γ: ἔστιν ἄρα ὡς ἡ Α πρὸς τὴν Β, οὕτως ἡ Γ πρὸς τὴν ΘΖ.

Τριών ἄρα δοθεισών εὐθειῶν τῶν Α, Β, Γ τετάρτη ἀνάλογον προσεύρηται ἡ ΘΖ: ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

¹ I. 31 Кроз дату тачку повући праву линију паралелну датој правој.

² VI. 2 Ако је у троуглу повучена нека права паралелна једној од страна, та права сече остале стране пропорционално; и ако су стране троугла пресечене пропорционално, права што спаја пресечне тачке паралелна је преосталој страници троугла.



Наставак следи ...